Organizace cvičení

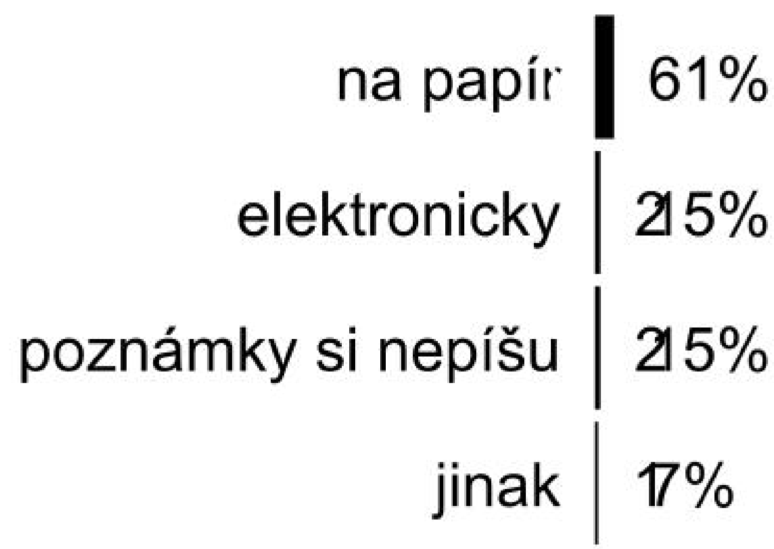
- společné řešení úloh jednotlivě / ve skupinách

- něco málo úloh na doma

- zápočet:

    - odevzdání programovacích úloh do BRUTE

    - aktivní účast na cvičeních (zaslání řešení teoretických úloh)



Organizace cvičení

- společné řešení úloh jednotlivě / ve skupinách

- něco málo úloh na doma

- zápočet:

    - odevzdání programovacích úloh do BRUTE

    - aktivní účast na cvičeních (zaslání řešení teoretických úloh)

Asymptotická složitost algoritmů

1. Ověřte, že platí $(\forall n \in \mathrm{N})\ (n > 4 \Rightarrow n^2 - 2n > 0.5n^2)$. Graf funkce $f(n) = 0.5n^2$ pro $n > 4$ tedy leží vždy pod grafem funkce $g(n) = n^2 - 2n$ a navíc rozdíl $\mathrm{g}(n) - \mathrm{f}(n)$ roste do nekonečna s rostoucím n.

Dokažte pomocí definice množiny $\mathrm{O}(f(n))$, že i přesto platí $g(n) \in \mathrm{O}(f(n))$.

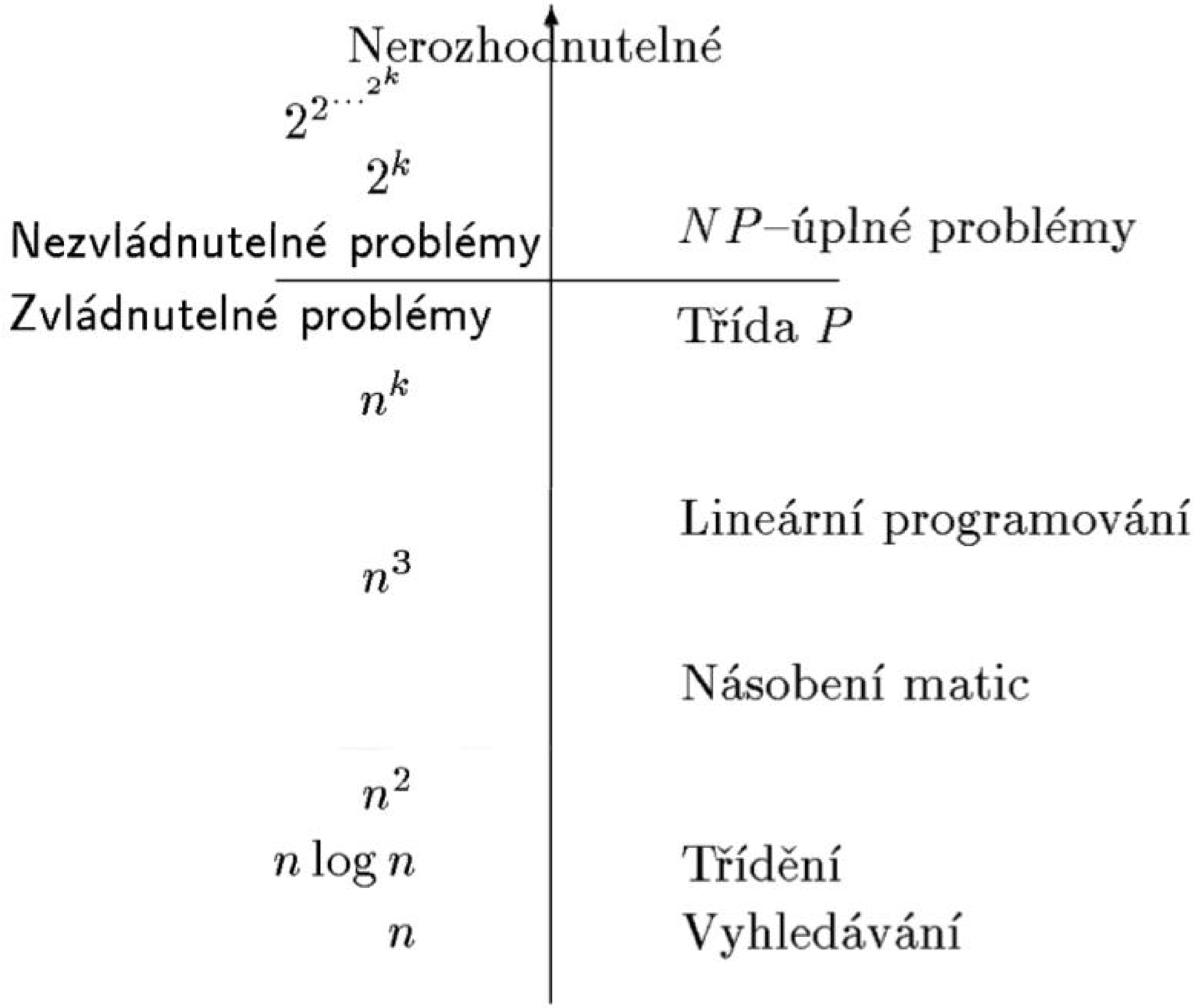
Asymptotická složitost algoritmů

1. Ověřte, že platí ($\forall n \in \mathrm{N}$) ($n > 4 \Rightarrow n^2 - 2n > 0.5n^2$). Graf funkce $f(n) = 0.5n^2$ pro $n > 4$ tedy leží vždy pod grafem funkce $g(n) = n^2 - 2n$ a navíc rozdíl $\mathrm{g}(n) - \mathrm{f}(n)$ roste do nekonečna s rostoucím n.
Dokažte pomocí definice množiny $\mathrm{O}(f(n))$, že i přesto platí $g(n) \in \mathrm{O}(f(n))$.

c

$n^2 - 2n < 2 \cdot n^2$

2



Spektrum výpočetní složitosti
((c) Vladan Majerech, MFF UK, Úvod do složitosti a NP-úplnosti,
viz https://ktiml.mff.cuni.cz/~maj/skripta.html#zima)

2. Symbolem lg značíme logaritmus o základu 2. Uspořádejte podle řádu růstu uvedené funkce poměnné n. Zdůvodněte pořadí každých dvou sousedních funkcí v tomto uspořádání.

$$\lg(n!) \qquad \left(\sqrt{2}\right)^{\lg(n)} \qquad 2^{\lg(\lg(n))} \qquad 4^{\lg(n)} \qquad \sqrt{\lg(n)} \qquad n\cdot\lg(n^2) \qquad n\cdot\lg(n) \qquad lg(n)^2$$

2. Symbolem lg značíme logaritmus o základu 2. Uspořádejte podle řádu růstu uvedené funkce poměnné n. Zdůvodněte pořadí každých dvou sousedních funkcí v tomto uspořádání.

$$\lg(n!) \qquad \left(\sqrt{2}\right)^{\lg(n)} \qquad 2^{\lg(\lg(n))} \qquad 4^{\lg(n)} \qquad \sqrt{\lg(n)} \qquad n\cdot\lg(n^2) \qquad n\cdot\lg(n) \qquad lg\,(n)^2$$

$$a^{bc} = (a^b)^c = (a^c)^b$$

$n \quad 1 \quad 2 \quad 4 \quad 16 \quad 256$

f_1

f_2

n

Yes	4	26%
No	11	73%

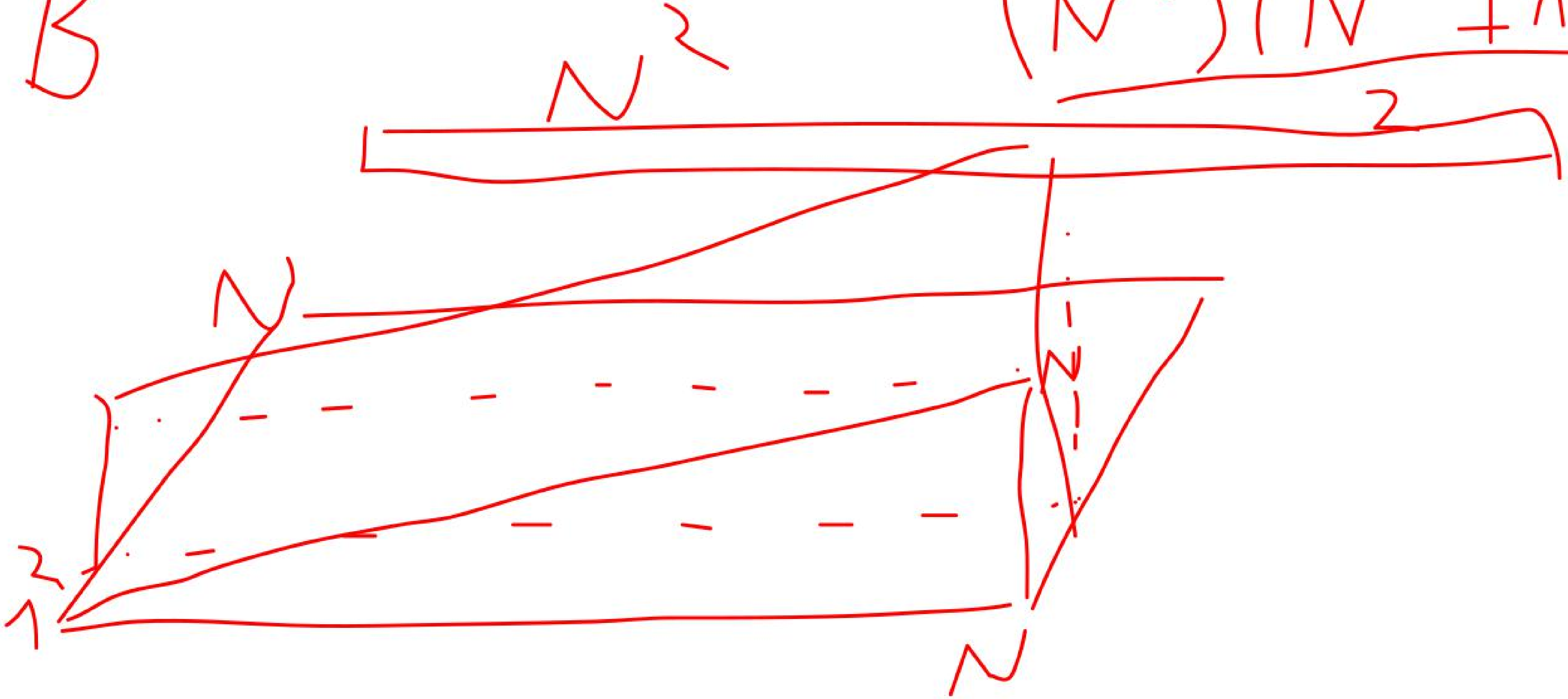
3. Algoritmus A projde celým polem délky N a prvek s indexem k zpracuje za $c \cdot k$ milisekund. Konstanta c je stále stejná. Určete asymptotickou složitost zpracování celého pole.

4. Algoritmus P projde celým dvourozměrným polem velikosti N×N a prvek na pozici (k, m) zpracuje za A) $c \cdot (k+m)$, B) $c \cdot k \cdot m$ milisekund. Konstanta c je stále stejná, $1 \le k \le N$, $1 \le m \le N$. Určete asymptotickou složitost zpracování celého pole v případě A) a B).

4. Algoritmus P projde celým dvourozměrným polem velikosti N×N a prvek na pozici (k, m) zpracuje za A) $c \cdot (k+m)$, B) $c \cdot k \cdot m$ milisekund. Konstanta c je stále stejná, $1 \leq k \leq$ N, $1 \leq m \leq$ N. Určete asymptotickou složitost zpracování celého pole v případě A) a B).

B

$$\frac{(N^2)(N^2+1)}{2}$$

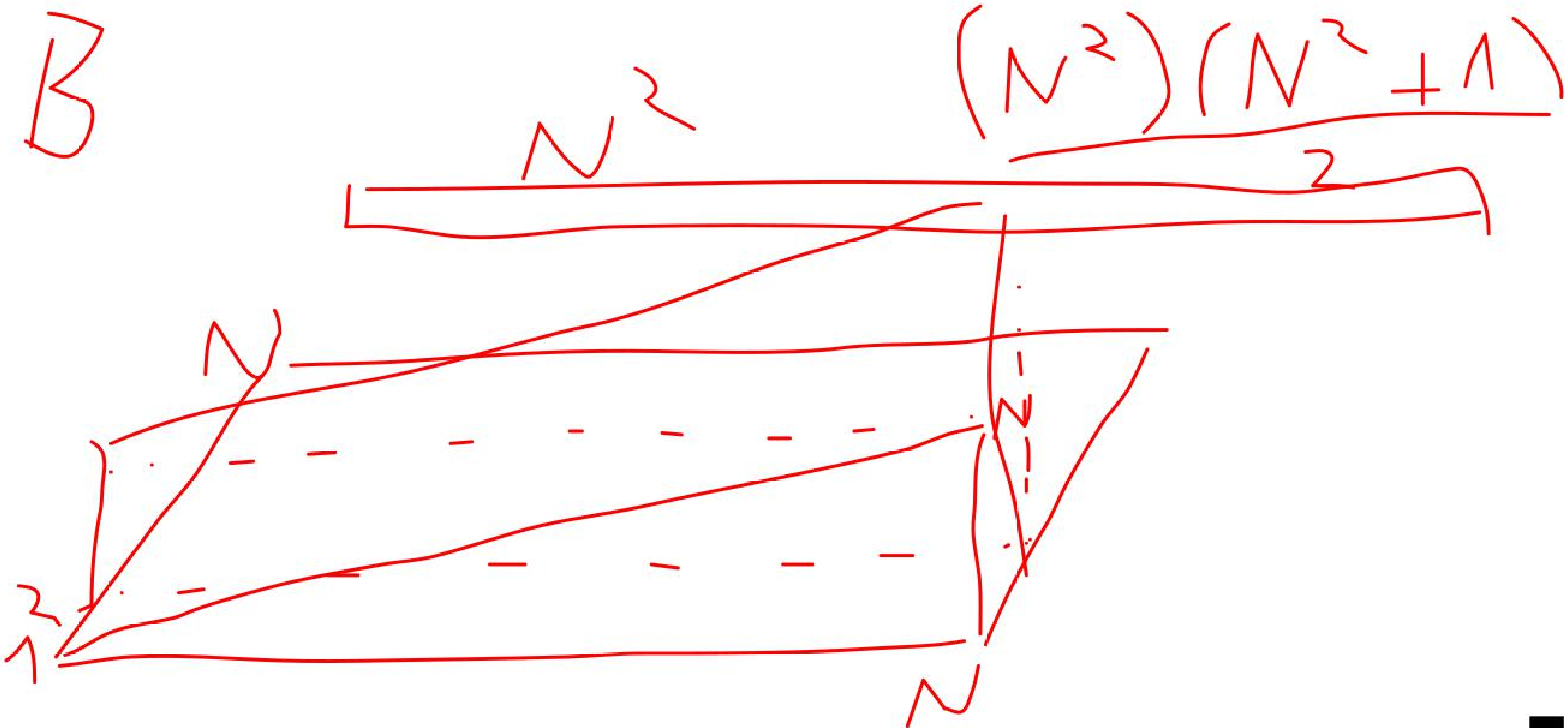


skupiny náhodně 4 26%

skupiny podle nás 2 13%

sami 9 60%

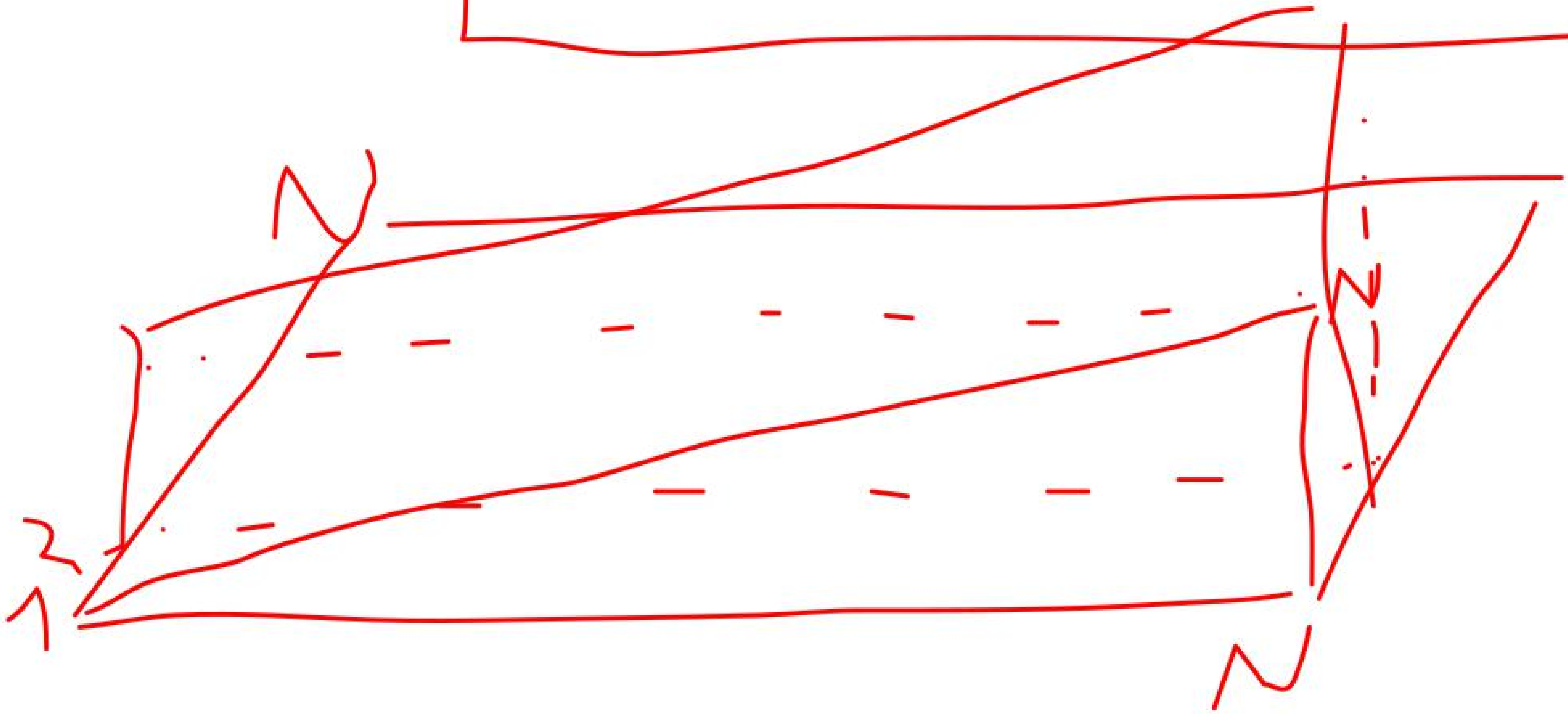
4. Algoritmus P projde celým dvourozměrným polem velikosti N×N a prvek na pozici (k, m) zpracuje za A) $c \cdot (k+m)$, B) $c \cdot k \cdot m$ milisekund. Konstanta c je stále stejná, $1 \leq k \leq N$, $1 \leq m \leq N$. Určete asymptotickou složitost zpracování celého pole v případě A) a B).



4. Algoritmus P projde celým dvourozměrným polem velikosti N×N a prvek na pozici (k, m) zpracuje za A) $c \cdot (k+m)$, B) $c \cdot k \cdot m$ milisekund. Konstanta c je stále stejná, $1 \leq k \leq$ N, $1 \leq m \leq$ N. Určete asymptotickou složitost zpracování celého pole v případě A) a B).

B

$$\underbrace{\hphantom{xxxxxxxx}}_{N^2} \qquad \frac{(N^2)(N^2+1)}{2}$$



$$1\cdot 1 \quad 1\cdot 2 \quad 1\cdot 3 = 1(1+2+3)$$

$$2\cdot 1 \quad 2\cdot 2 \quad 2\cdot 3 = 2(1+2+3)$$

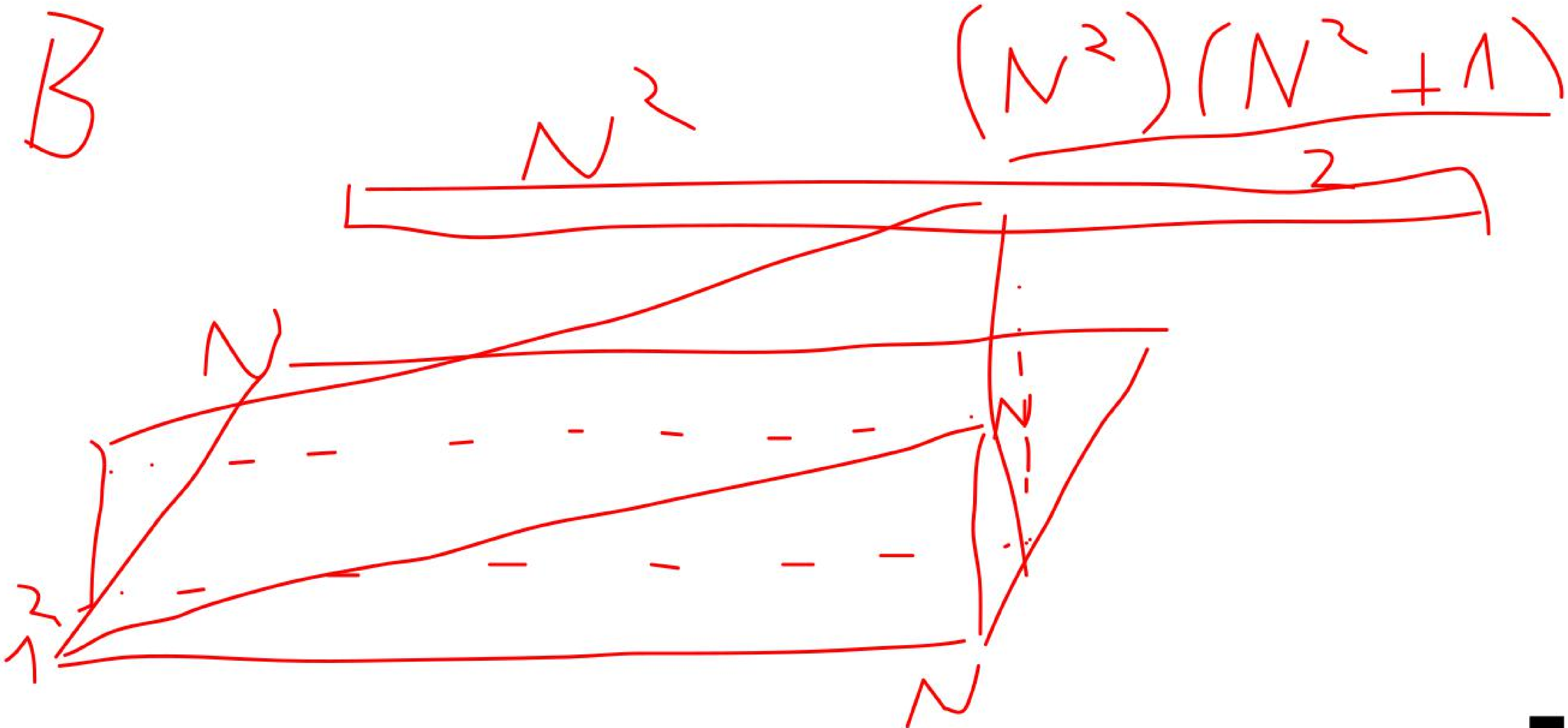
$$3\cdot 1 \quad 3\cdot 2 \quad 3\cdot 3 = 3(1+2+3)$$

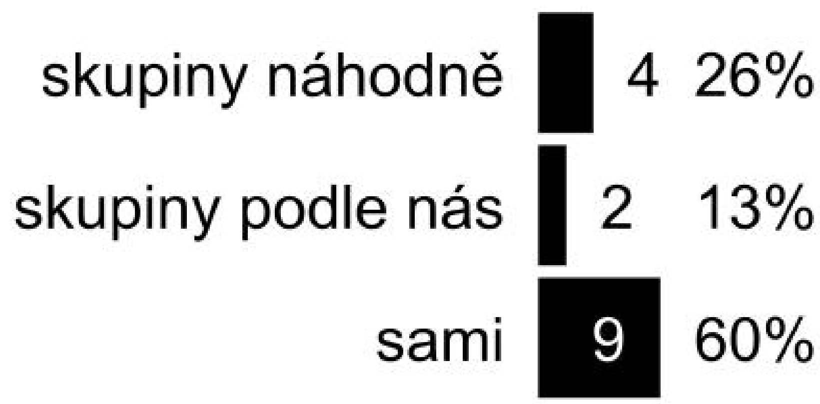
$$(1+2+3)\,\underbrace{(1+2+3)}$$

$$O(n^2) \cdot O(n^2)$$

$$O(n^4)$$

4. Algoritmus P projde celým dvourozměrným polem velikosti N×N a prvek na pozici (k, m) zpracuje za A) $c \cdot (k+m)$, B) $c \cdot k \cdot m$ milisekund. Konstanta c je stále stejná, $1 \leq k \leq$ N, $1 \leq m \leq$ N. Určete asymptotickou složitost zpracování celého pole v případě A) a B).





4. Algoritmus P projde celým dvourozměrným polem velikosti N×N a prvek na pozici (k, m) zpracuje za A) $c \cdot (k+m)$, B) $c \cdot k \cdot m$ milisekund. Konstanta c je stále stejná, $1 \leq k \leq$ N, $1 \leq m \leq$ N. Určete asymptotickou složitost zpracování celého pole v případě A) a B).

$$\begin{vmatrix} 1+1 & 1+2 & 1+3 \\ 2+1 & 2+2 & 2+1 \\ 3+1 & 3+2 & 3+3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$n \cdot \frac{n(n+1)}{2} + n \cdot \frac{n(n+1)}{2}$$

$$O(n^3)$$

$$\underline{1}\cdot 1 \quad \underline{1}\cdot 2 \quad \underline{1}\cdot 3 = 1(1+2+3)$$

$$\underline{2}\cdot 1 \quad \underline{2}\cdot 2 \quad \underline{2}\cdot 3 = 2(1+2+3)$$

$$3\cdot 1 \quad 3\cdot 2 \quad 3\cdot 3 = \underbrace{3(1+2+3)}$$

$$(1+2+3)\,(1+\underline{2+3})$$

$$O(n^2)\cdot O(n^2)$$

$$\underline{\underline{O(n^4)}}$$

$$1 \cdot 1 \quad 1 \cdot 2 \quad 1 \cdot 3 = 1\,(1 + 2 + 3)$$

$$2 \cdot 1 \quad 2 \cdot 2 \quad 2 \cdot 3 = 2\,(1 + 2 + 3)$$

$$3 \cdot 1 \quad 3 \cdot 2 \quad 3 \cdot 3 = 3\,(1 + 2 + 3)$$

$$(1 + 2 + 3)\,(1 + 2 + 3)$$

$$O(n^2) \cdot O(n^2)$$

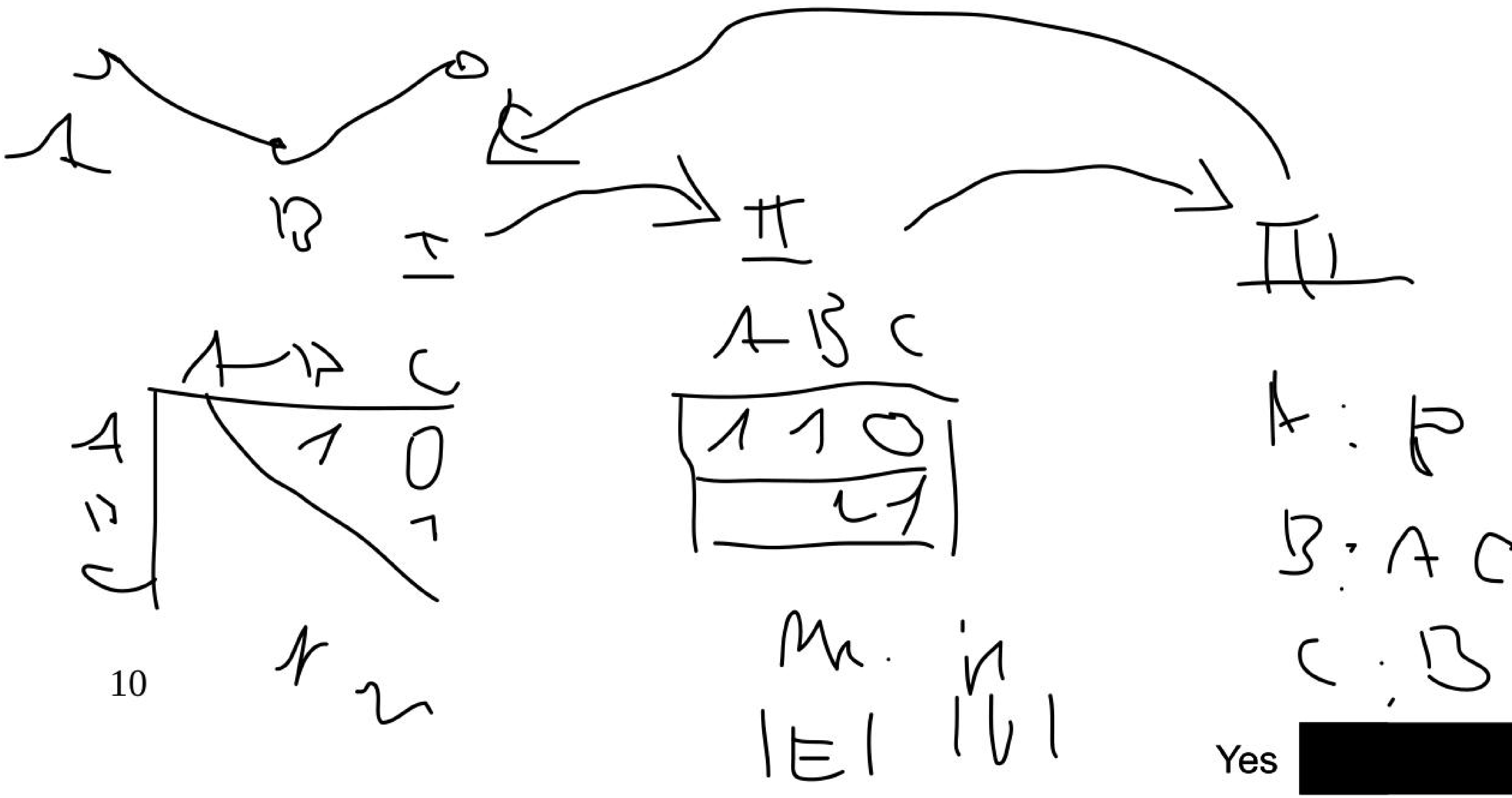
$$O(n^4)$$

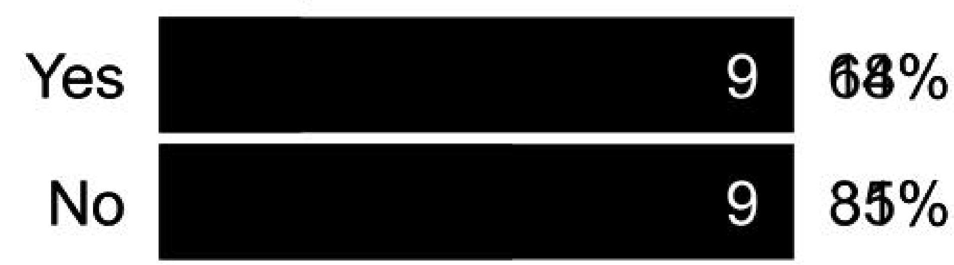
Grafy a jejich výpočetní reprezentace

5. Popište jednotlivé reprezentace orientovaného grafu v paměti počítače, které znáte. Pro každou možnou dvojici reprezentací R1, R2 určete, jaká je asymptotická složitost vzájemného převodu.

Grafy a jejich výpočetní reprezentace

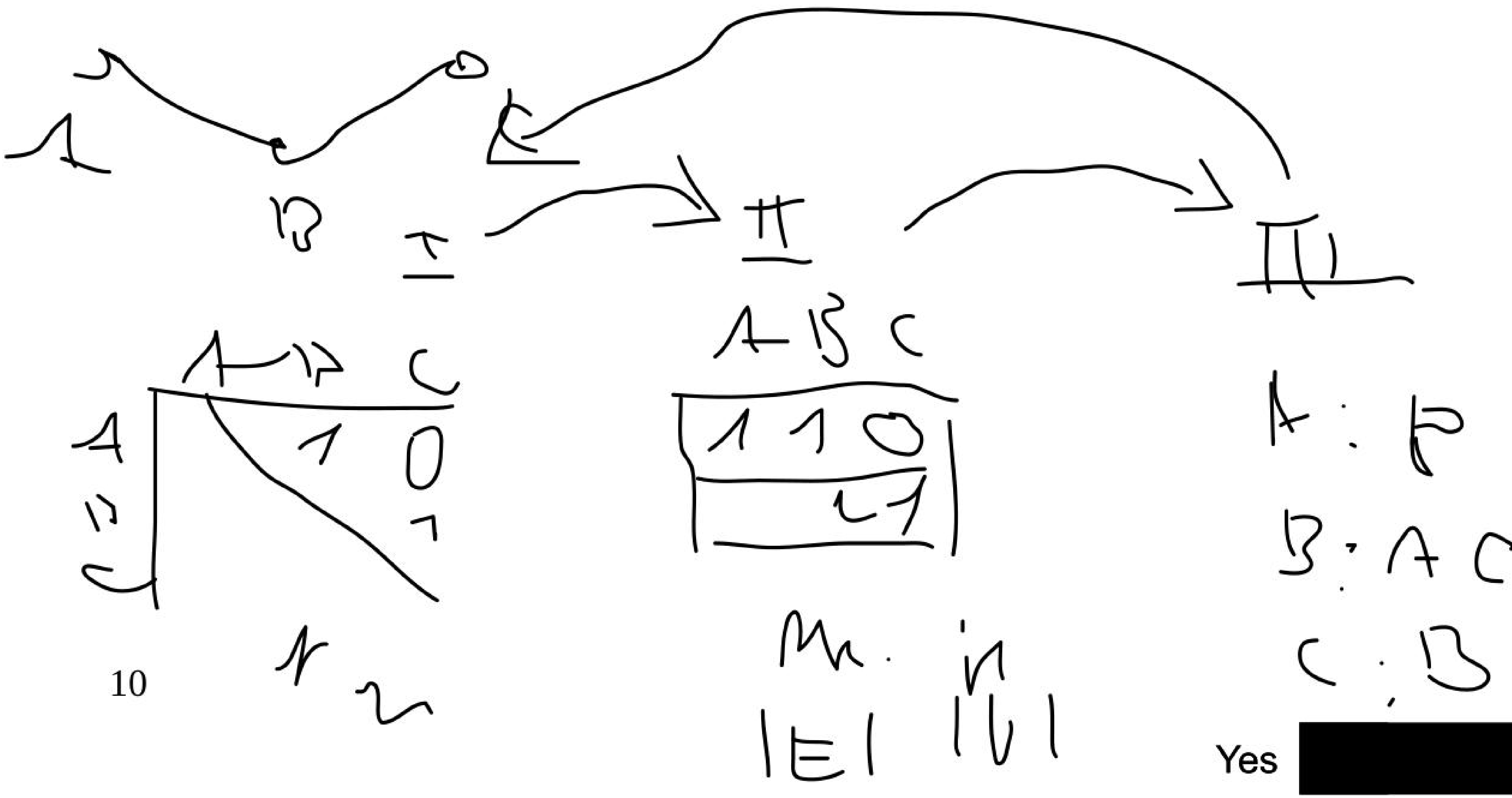
5. Popište jednotlivé reprezentace orientovaného grafu v paměti počítače, které znáte. Pro každou možnou dvojici reprezentací R1, R2 určete, jaká je asymptotická složitost vzájemného převodu.

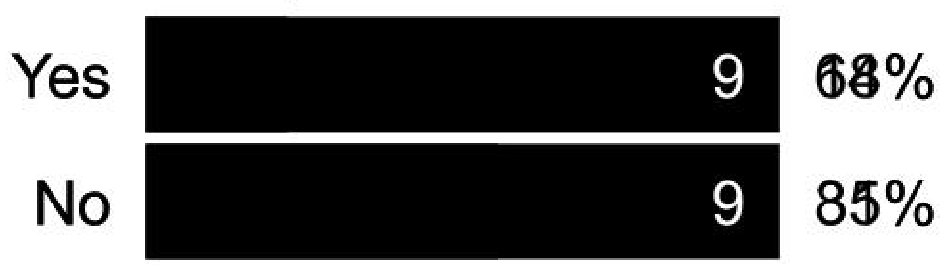




Grafy a jejich výpočetní reprezentace

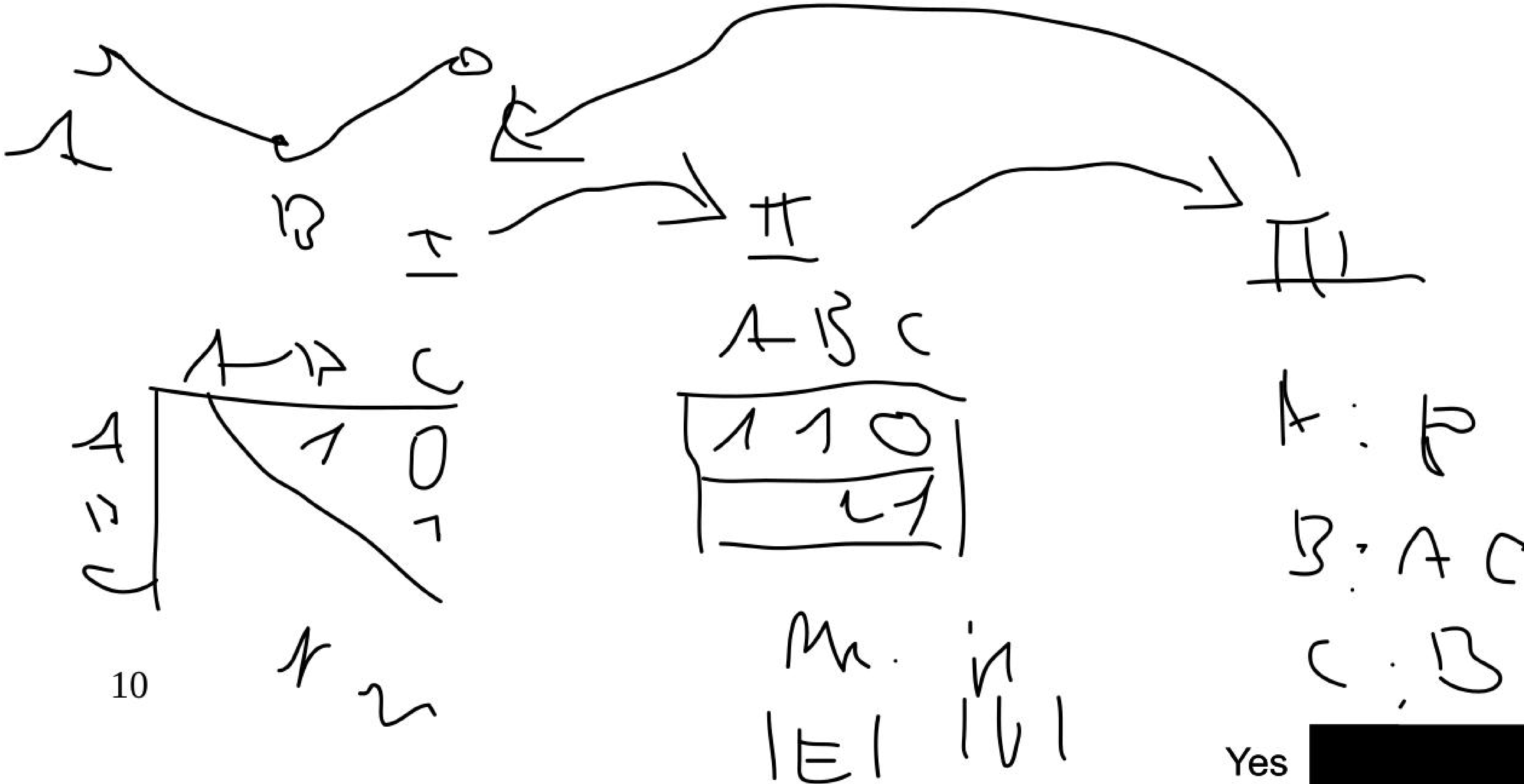
5. Popište jednotlivé reprezentace orientovaného grafu v paměti počítače, které znáte. Pro každou možnou dvojici reprezentací R1, R2 určete, jaká je asymptotická složitost vzájemného převodu.

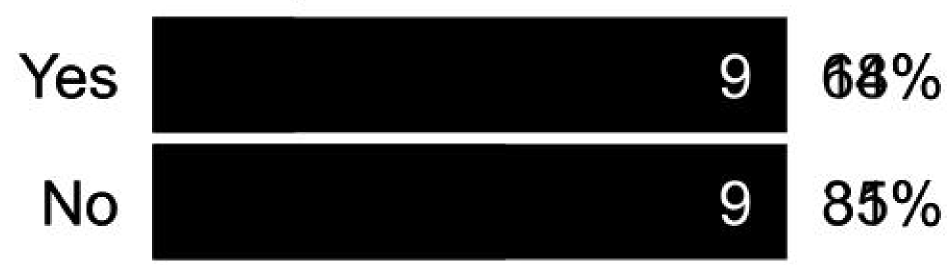




Grafy a jejich výpočetní reprezentace

5. Popište jednotlivé reprezentace orientovaného grafu v paměti počítače, které znáte. Pro každou možnou dvojici reprezentací R1, R2 určete, jaká je asymptotická složitost vzájemného převodu.





Grafy a jejich výpočetní reprezentace

5. Popište jednotlivé reprezentace orientovaného grafu v paměti počítače, které znáte. Pro každou možnou dvojici reprezentací R1, R2 určete, jaká je asymptotická složitost vzájemného převodu.