Př. 5/4: počet bijekcí

G_2 C D

Máme dány dva neorientované grafy, každý obsahuje právě n uzlů a oba grafy mají skóre

G_1 A B

$(n-1, n-2, n-3, n-4, ..., n/2+1, \boxed{n/2, n/2,} n/2-1, n/2-2, ..., 3, 2, 1)$,

to jest skoro všechny uzly grafu mají navzájem různý stupeň, s výjimkou dvou uzlů, které mají stejný stupeň $n/2$. Jaká bude asymptotická složitost ověření izomorfizmu těchto dvou grafů v závislosti na hodnotě n?

$$\begin{array}{c|ccc|c} & A & B & C & \\ \hline A & 0 & 1 & 1 & 2 \\ B & & & & \\ C & & & & \end{array}$$

Př. 5/4: počet bijekcí

G_2 C D

G_1 A B

Máme dány dva neorientované grafy, každý obsahuje právě n uzlů a oba grafy mají skóre
$(n-1, n-2, n-3, n-4, ..., n/2+1, \boxed{n/2, n/2,} n/2-1, n/2-2, ..., 3, 2, 1)$,
to jest skoro všechny uzly grafu mají navzájem různý stupeň, s výjimkou dvou uzlů, které mají stejný stupeň $n/2$. Jaká bude asymptotická složitost ověření izomorfizmu těchto dvou grafů v závislosti na hodnotě n?

$$\begin{array}{c|c} & A \quad B \quad C \\ A & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \; 2 \\ B & \\ C & \end{array}$$

$O(n^2)$

G_1: A, B, C, ..., X_n $\xrightarrow{f}$ G_2: A', B', C', ..., X_n'

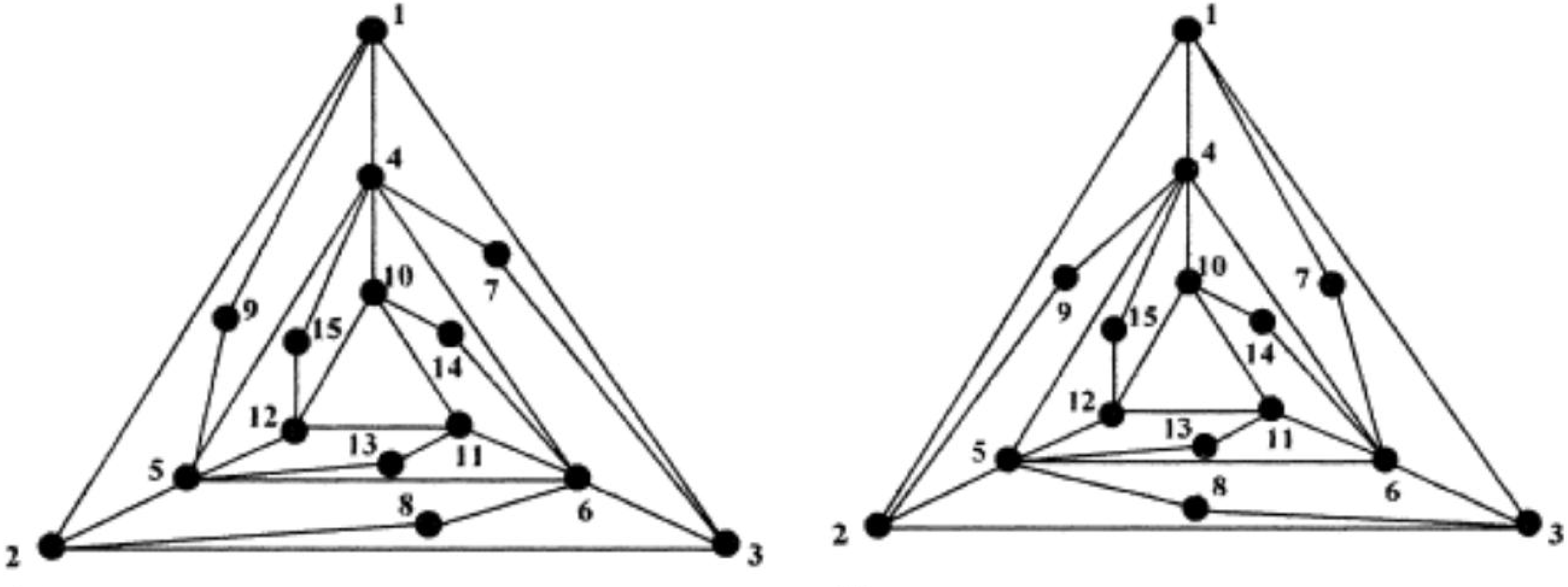
$(v, w) \in E_1 \Leftrightarrow (f(v), f(w)) \in E_2$

$O(n) \cdot O(n^2)$

$O(n^2)$

Př. 5/6: izomorfismus

Popište, jak budete co nejefektivněji rozhodovat, zda dva uvedené grafy jsou nebo nejsou izomorfní.



(a) (b)

Př. 5/4: počet bijekcí

G_2 C D

G_1 A B

Máme dány dva neorientované grafy, každý obsahuje právě n uzlů a oba grafy mají skóre
$(n-1, n-2, n-3, n-4, ..., n/2+1, \boxed{n/2, n/2,} n/2-1, n/2-2, ..., 3, 2, 1)$,
to jest skoro všechny uzly grafu mají navzájem různý stupeň, s výjimkou dvou uzlů, které mají stejný stupeň $n/2$. Jaká bude asymptotická složitost ověření izomorfizmu těchto dvou grafů v závislosti na hodnotě n?

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \end{array} \quad 2$$

$O(n^2)$

G_1: A, B, C, ..., X_n $\xrightarrow{f}$ G_2: A', B', C', ..., X_n'

$(v, w) \in E_1 \Leftrightarrow (f(v), f(w)) \in E_2$

$O(n) \cdot O(n^2)$

$O(n^2)$

Yes 8 100%

No 0 0%

Př. 5/4: počet bijekcí

G_2 C D

G_1 A B

Máme dány dva neorientované grafy, každý obsahuje právě n uzlů a oba grafy mají skóre
$(n-1, n-2, n-3, n-4, ..., n/2+1, \boxed{n/2, n/2,} n/2-1, n/2-2, ..., 3, 2, 1)$,
to jest skoro všechny uzly grafu mají navzájem různý stupeň, s výjimkou dvou uzlů, které mají stejný stupeň $n/2$. Jaká bude asymptotická složitost ověření izomorfizmu těchto dvou grafů v závislosti na hodnotě n?

$$\begin{array}{c|c} & A \quad B \quad C \\ \hline A & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \; 2 \\ B & \\ C & \end{array}$$

$O(n^2)$

G_1: A, B, C, …, X_n $\xrightarrow{f}$ G_2: A', B', C', …, X_n'

$(v, w) \in E_1 \Leftrightarrow (f(v), f(w)) \in E_2$

$O(n) \cdot O(n^2)$

$O(n^2)$

Yes	8	100%
No	0	0%

Př. 5/12: (ne)izomorfní grafy

Platí tvrzení, že každé dva souvislé grafy se stejným počtem vrcholů, kde všechny vrcholy mají stejný stupeň, jsou izomorfní? (Tvrzení dokažte, nebo najděte protipříklad.)

Př. 5/12: (ne)izomorfní grafy

Platí tvrzení, že každé dva souvislé grafy se stejným počtem vrcholů, kde všechny vrcholy mají stejný stupeň, jsou izomorfní? (Tvrzení dokažte, nebo najděte protipříklad.)

Opakování z minula

Kdo co (vy)řešil

5. cvičení!

dnes

	12	4	6	7d	8c	8d	1	2	3	4	5	6	7	8
Do														
Hl														
Hr														
Ke														
Ku								|						
Lö				|	|	|								
Ma	|	|		|	|	|	|		|		|			
My	|		|	|										
Ne														
Po														
Rý														
Sk							|	|			|			
St														
Zá	|		|					|						

Kdo co (vy)řešil

5. cvičení! dnes

	12	4	6	7d	8c	8d	1	2	3	4	5	6	7	8
Do														
Hl														
Hr														
Ke														
Ku								|						
Lö				|	|	|								
Ma	|	|		|	|	|	|		|		|			
My	|		|	|										
Ne														
Po														
Rý														
Sk							|	|			|			
St														
Zá	|		|					|						

PAL: 6. cvičení

Tomáš Sieger

29. 10. 2020

Kdo co (vy)řešil

5. cvičení! dnes

	12	4	6	7d	8c	8d	1	2	3	4	5	6	7	8
Do														
Hl														
Hr														
Ke														
Ku														
Lö														
Ma														
My														
Ne														
Po														
Rý														
Sk														
St														
Zá														

Kdo co (vy)řešil

dnes

5. cvičení!

<table>
<tr><th></th><th>12</th><th>4</th><th>6</th><th>7d</th><th>8c</th><th>8d</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th></tr>
<tr><td>Do</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Hl</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Hr</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ke</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ku</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Lö</td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ma</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>My</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ne</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Po</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Rý</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Sk</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>St</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Zá</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Opakování z minula

Př. 5/12: (ne)izomorfní grafy

Platí tvrzení, že každé dva souvislé grafy se stejným počtem vrcholů, kde všechny vrcholy mají stejný stupeň, jsou izomorfní? (Tvrzení dokažte, nebo najděte protipříklad.)

Př. 5/12: (ne)izomorfní grafy

Platí tvrzení, že každé dva souvislé grafy se stejným počtem vrcholů, kde všechny vrcholy mají stejný stupeň, jsou izomorfní? (Tvrzení dokažte, nebo najděte protipříklad.)

Př. 5/4: počet bijekcí

G_2 C D

G_1 A B

Máme dány dva neorientované grafy, každý obsahuje právě n uzlů a oba grafy mají skóre
$$(n-1, n-2, n-3, n-4, ..., n/2+1, \boxed{n/2, n/2,} n/2-1, n/2-2, ..., 3, 2, 1),$$
to jest skoro všechny uzly grafu mají navzájem různý stupeň, s výjimkou dvou uzlů, které mají stejný stupeň $n/2$. Jaká bude asymptotická složitost ověření izomorfizmu těchto dvou grafů v závislosti na hodnotě n?

$$\begin{array}{c|ccc}
 & A & B & C \\
\hline
A & 0 & 1 & 1 \\
B & & & \\
C & & &
\end{array} \quad 2$$

$O(n^2)$

G_1: A, B, C, …, X_n $\xrightarrow{f}$ G_2: A', B', C', …, X_n'

$(v, w) \in E_1 \Leftrightarrow (f(v), f(w)) \in E_2$

$O(n) - O(n^2)$

$O(n^2)$

Yes	8	100%
No	0	0%

5/28

Př. 5/4: počet bijekcí

G_2 C D

G_1 A B

Máme dány dva neorientované grafy, každý obsahuje právě n uzlů a oba grafy mají skóre
$(n-1, n-2, n-3, n-4, ..., n/2+1, \boxed{n/2, n/2,} n/2-1, n/2-2, ..., 3, 2, 1)$,
to jest skoro všechny uzly grafu mají navzájem různý stupeň, s výjimkou dvou uzlů, které mají stejný stupeň $n/2$. Jaká bude asymptotická složitost ověření izomorfizmu těchto dvou grafů v závislosti na hodnotě n?

$$\begin{array}{c|c}
 & A \quad B \quad C \\
\begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \; 2
\end{array}$$

$O(n^2)$

G_1: A, B, C, …, X_n $\xrightarrow{f}$ G_2: A', B', C', …, X_n'

$(v,w) \in E_1 \Leftrightarrow (f(v), f(w)) \in E_2$

$O(n) - O(n^2)$

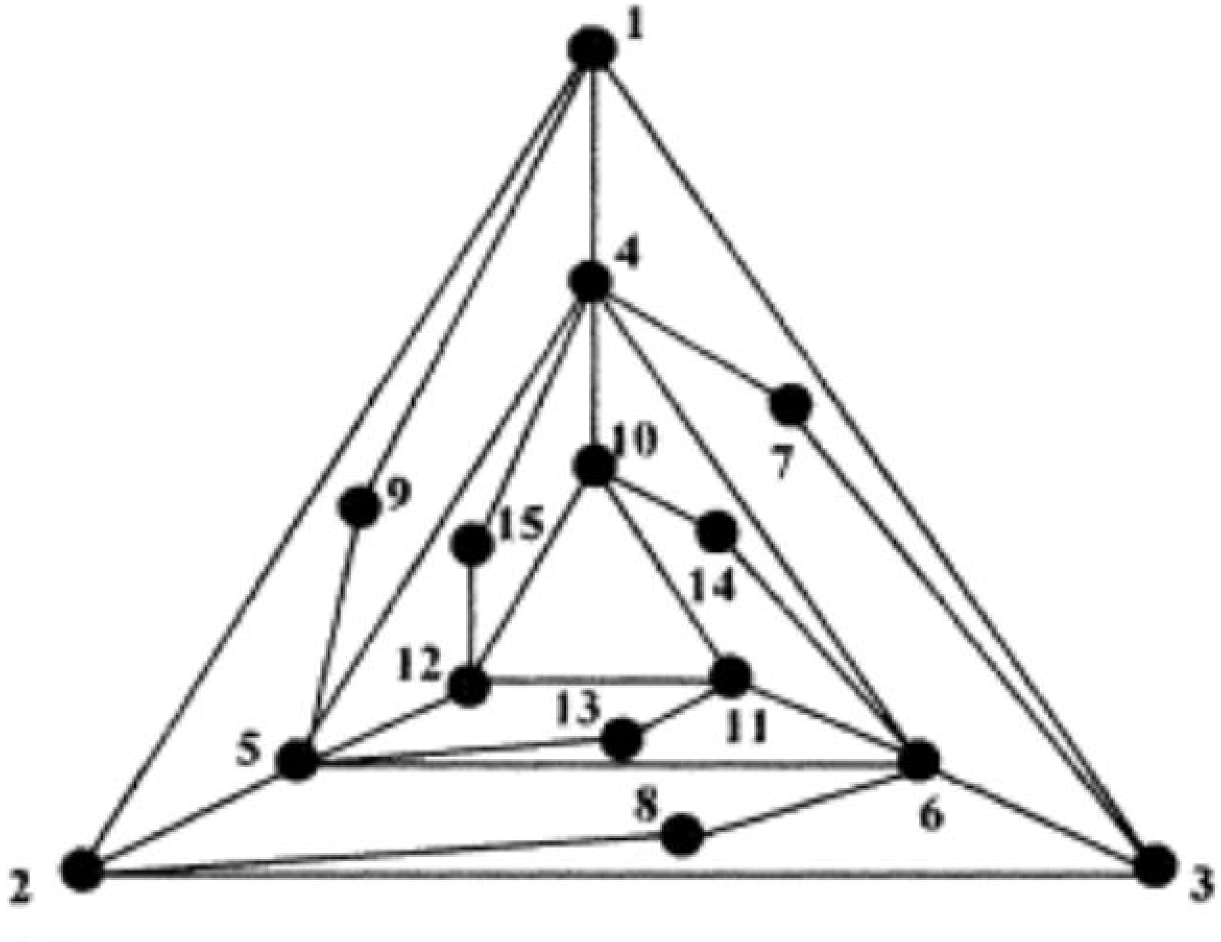
$O(n^2)$

Yes 8 100%

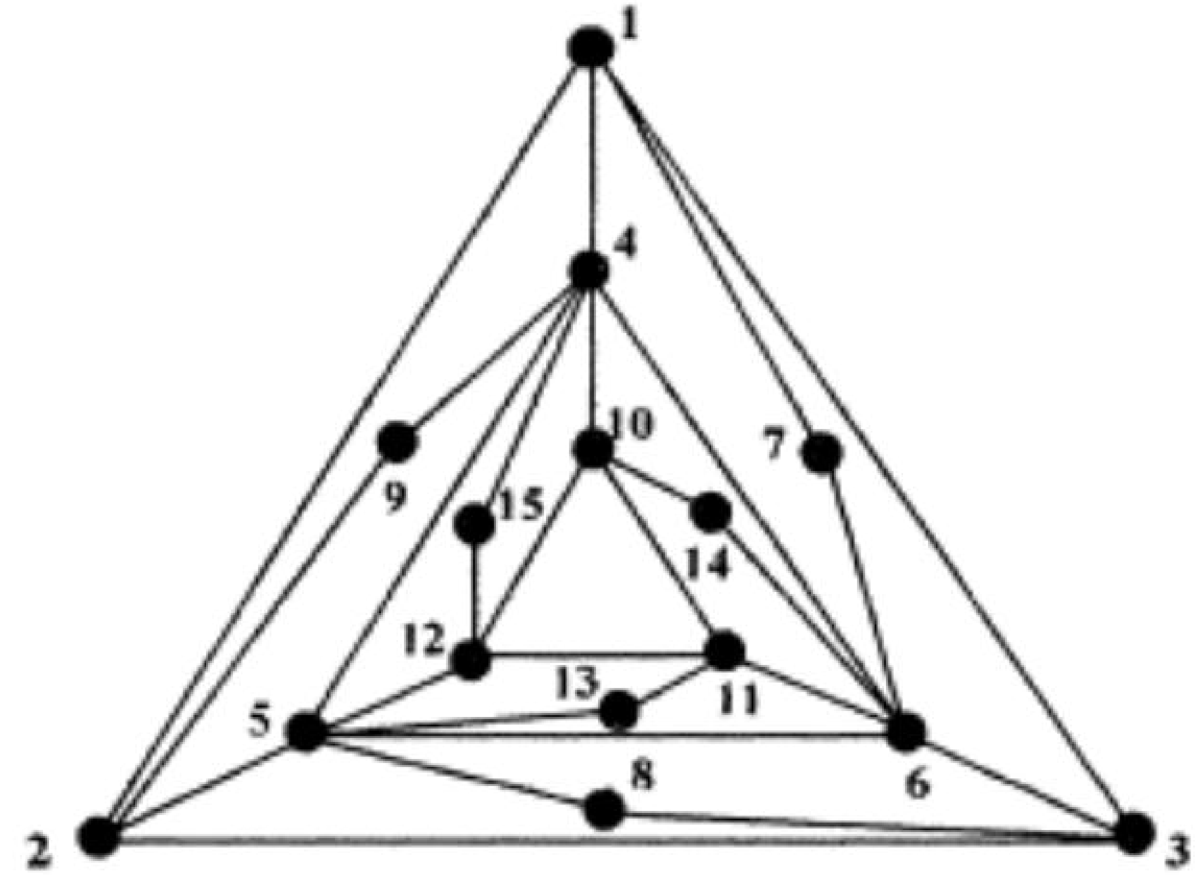
No 0 0%

Př. 5/6: izomorfismus

Popište, jak budete co nejefektivněji rozhodovat, zda dva uvedené grafy jsou nebo nejsou izomorfní.



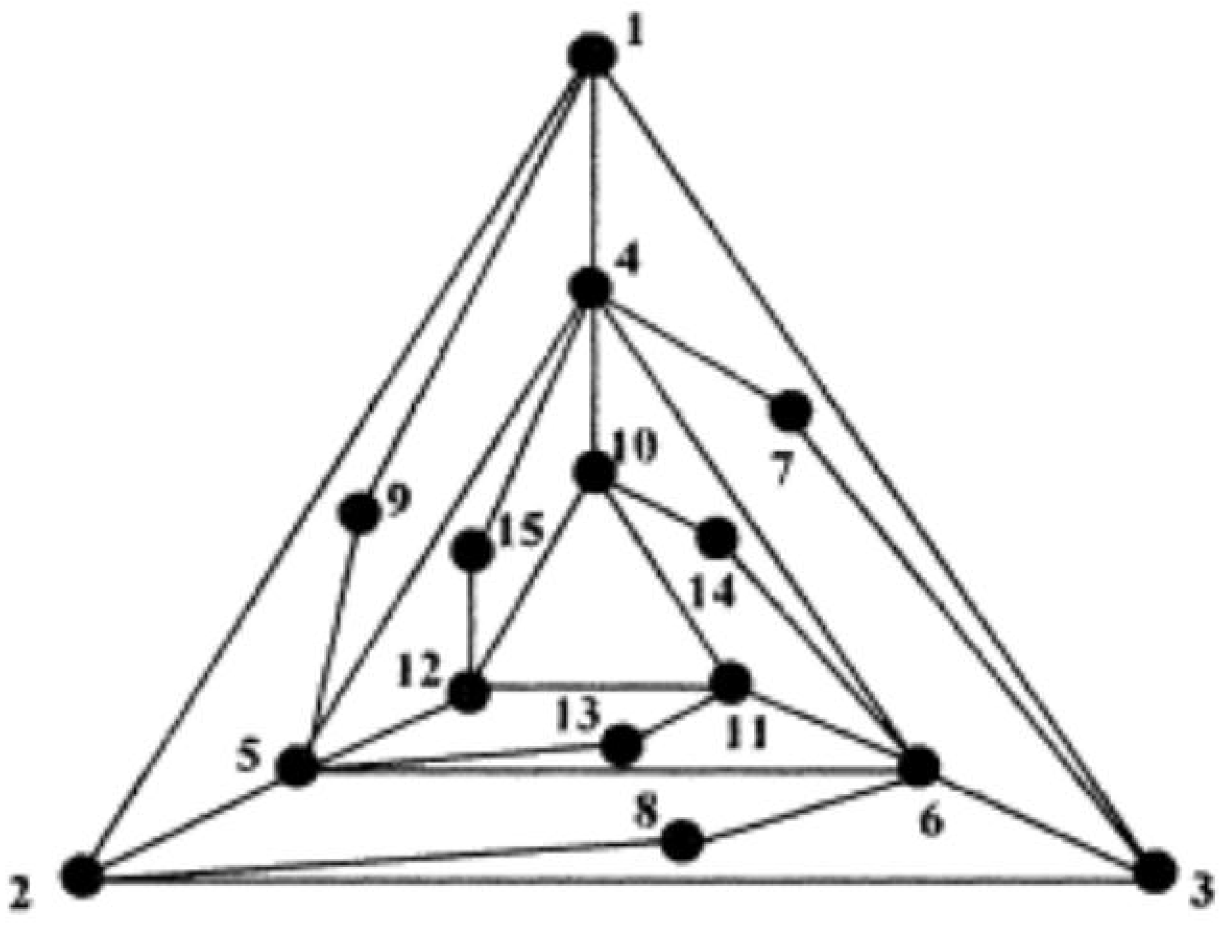
(a)



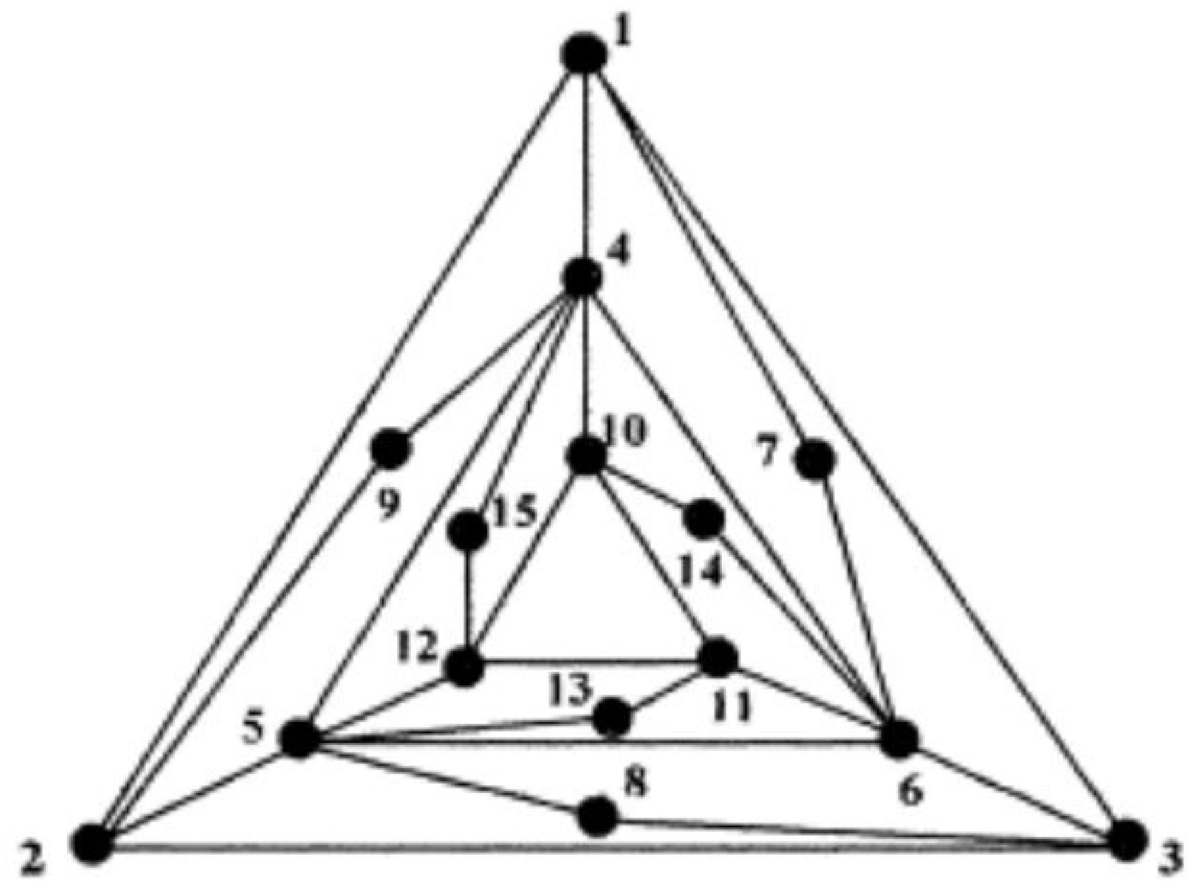
(b)

Př. 5/6: izomorfismus

Popište, jak budete co nejefektivněji rozhodovat, zda dva uvedené grafy jsou nebo nejsou izomorfní.



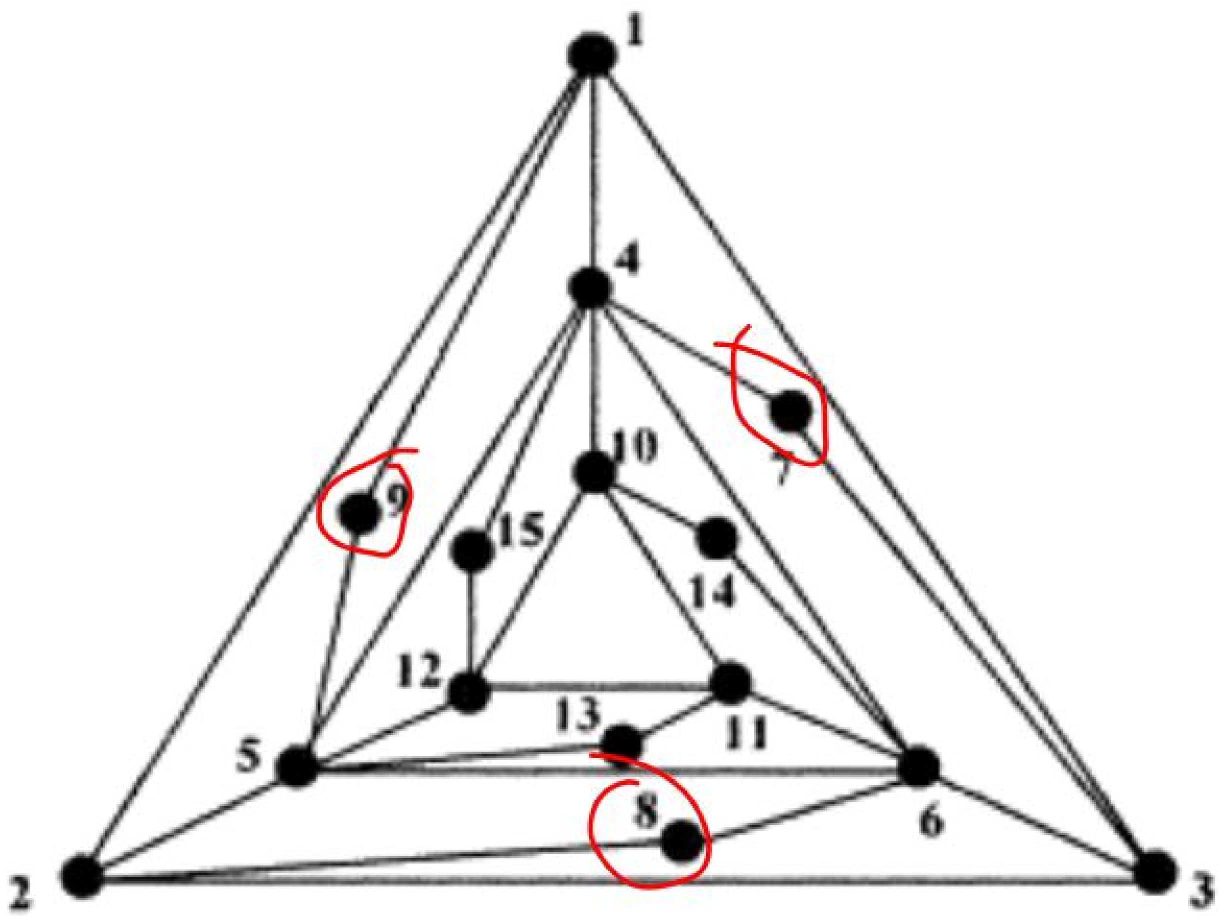
(a)



(b)

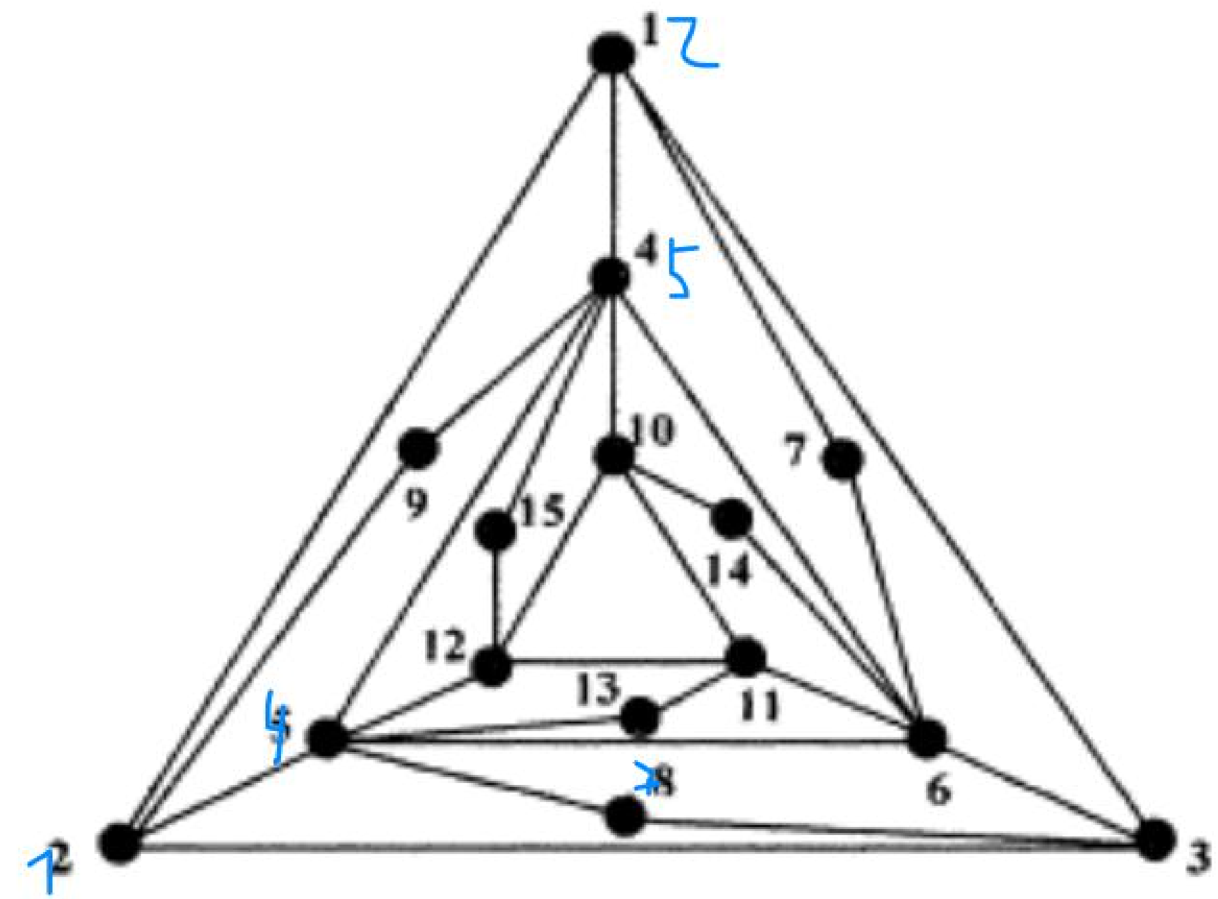
Popište, jak budete co nejefektivněji rozhodovat, zda dva uvedené grafy jsou nebo nejsou izomorfní.

A



(a)

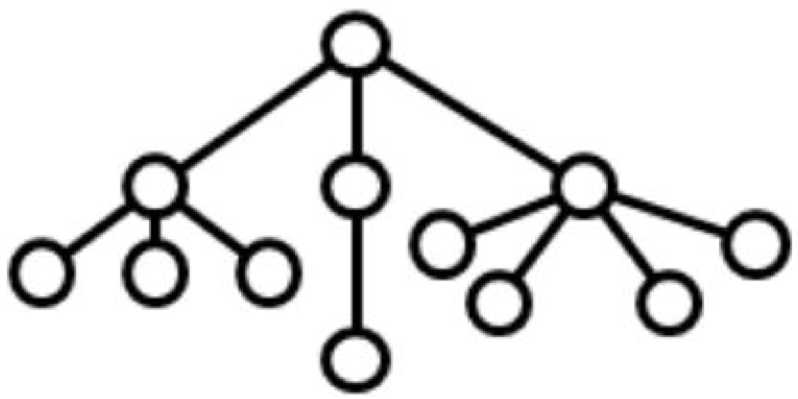
B



(b)

Př. 5/7d: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



Př. 5/8c: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

c) 00010110010110010111

Př. 5/8c: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

c) 00010110010110010111

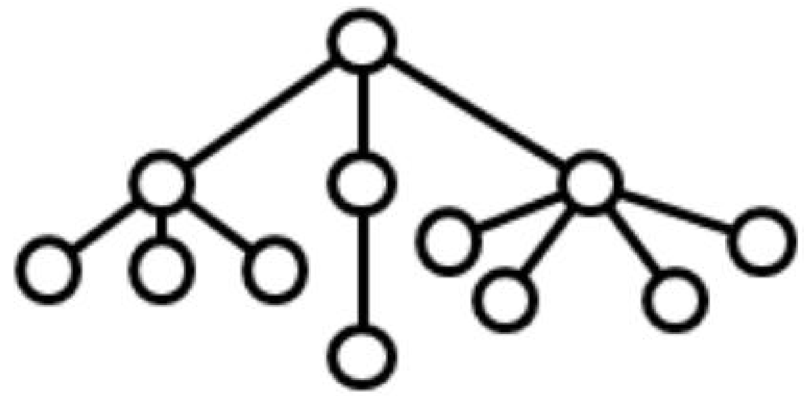
Př. 5/8c: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

c) 000101100101100010111

Př. 5/7d: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.

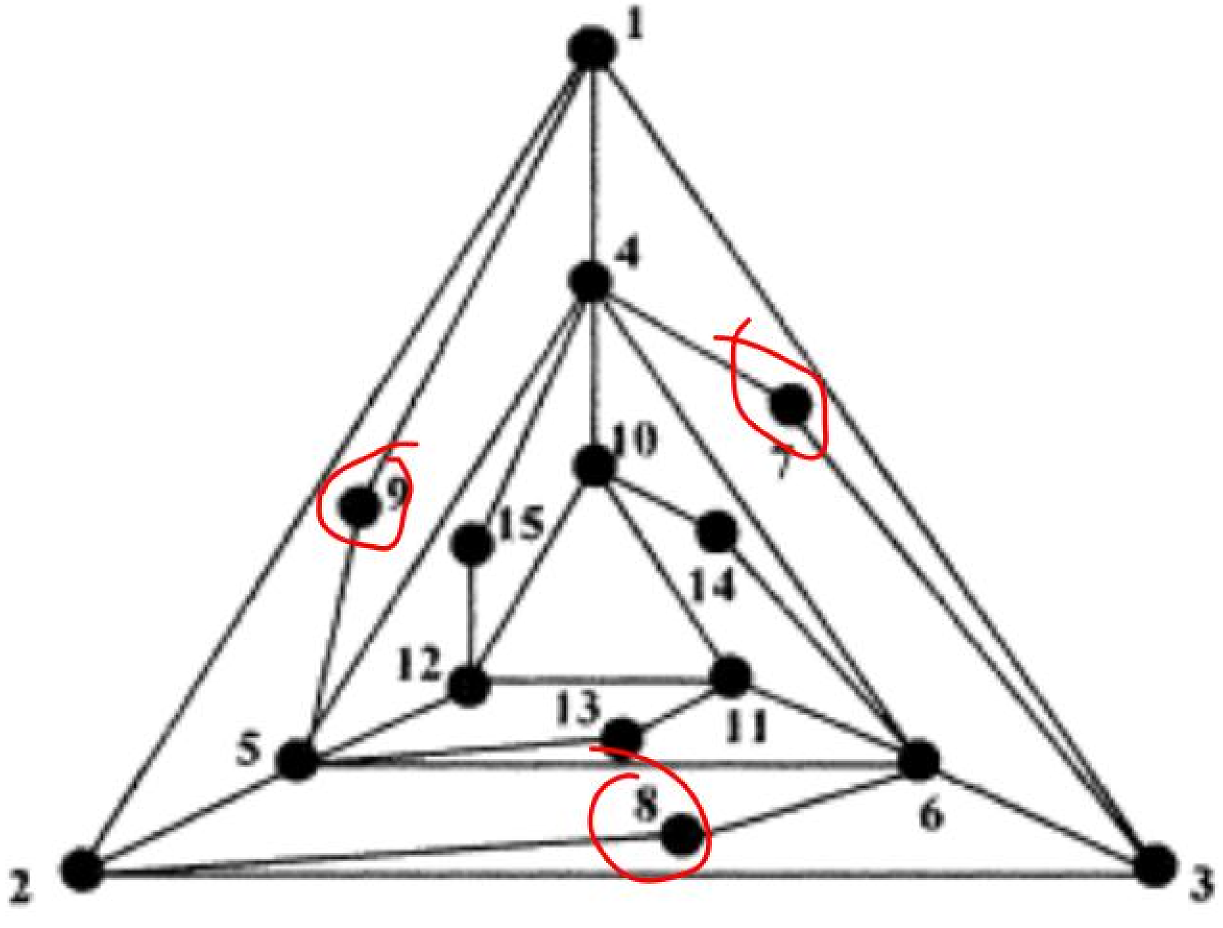


Př. 5/6: izomorfismus

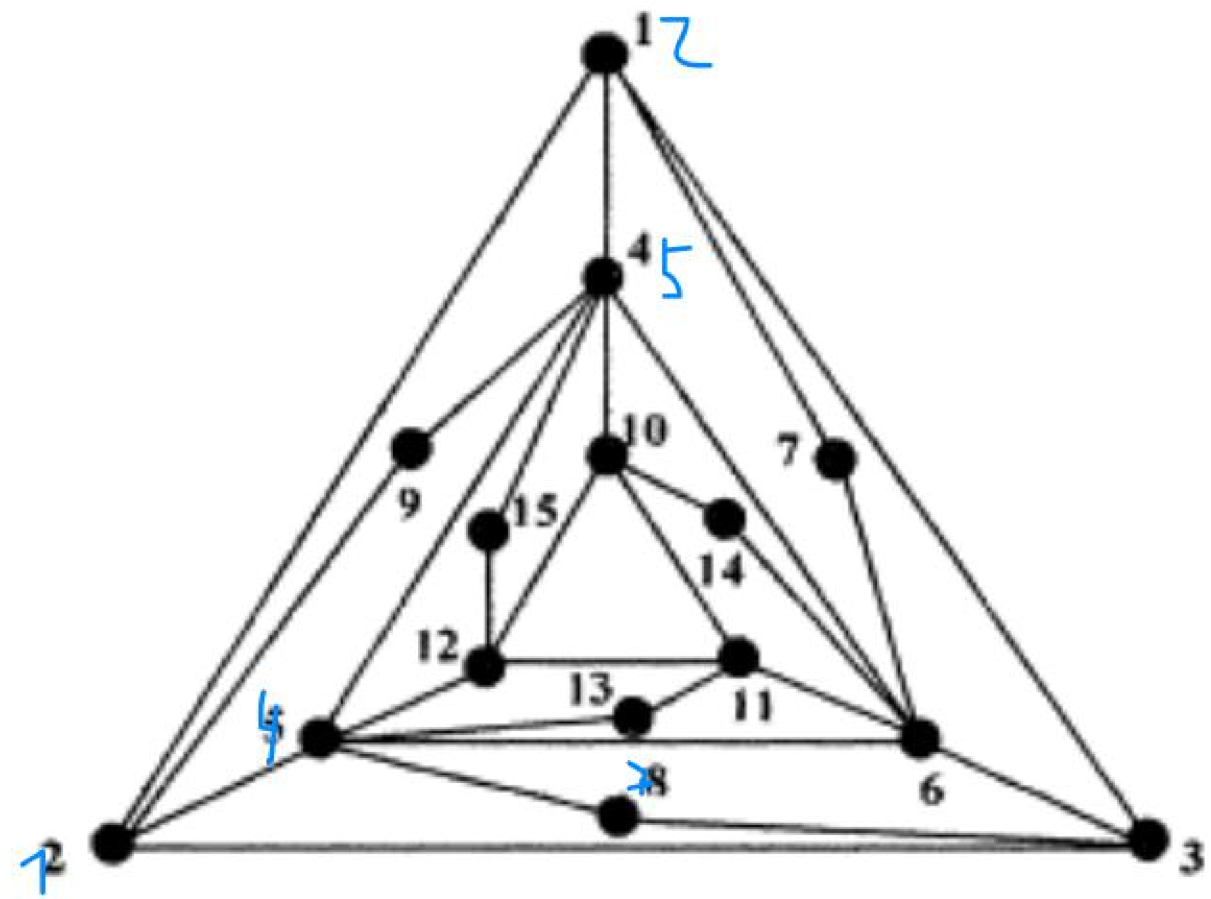
Popište, jak budete co nejefektivněji rozhodovat, zda dva uvedené grafy jsou nebo nejsou izomorfní.

A

B



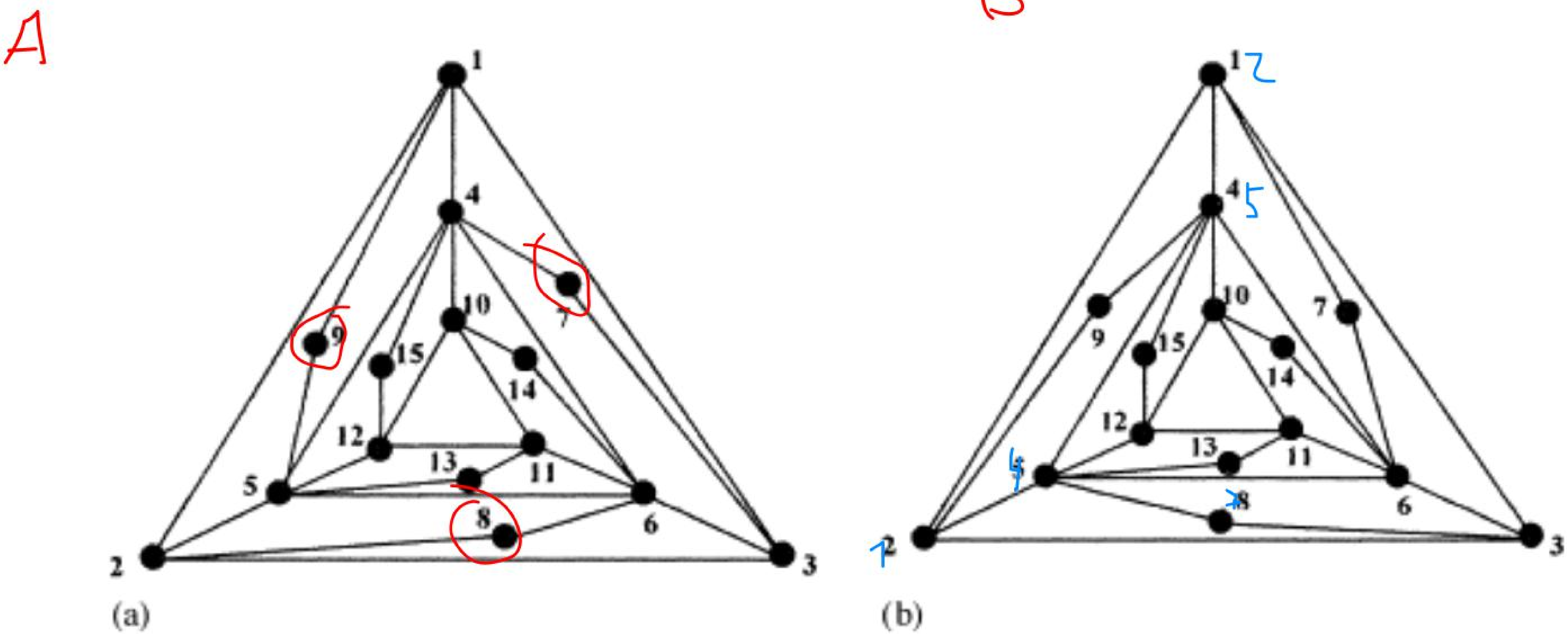
(a)



(b)

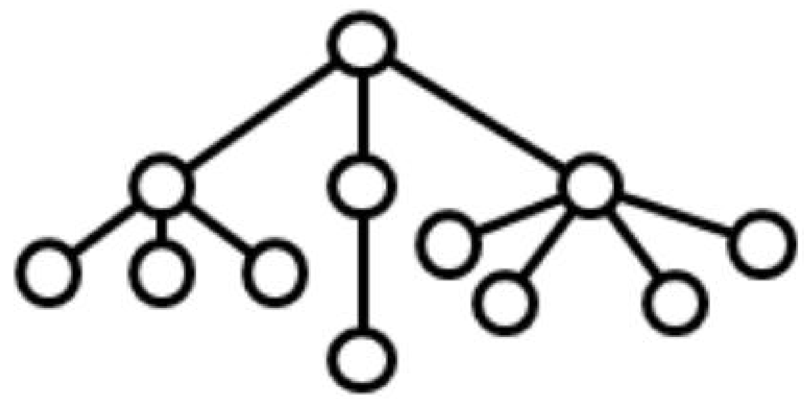
Př. 5/6: izomorfismus

Popište, jak budete co nejefektivněji rozhodovat, zda dva uvedené grafy jsou nebo nejsou izomorfní.



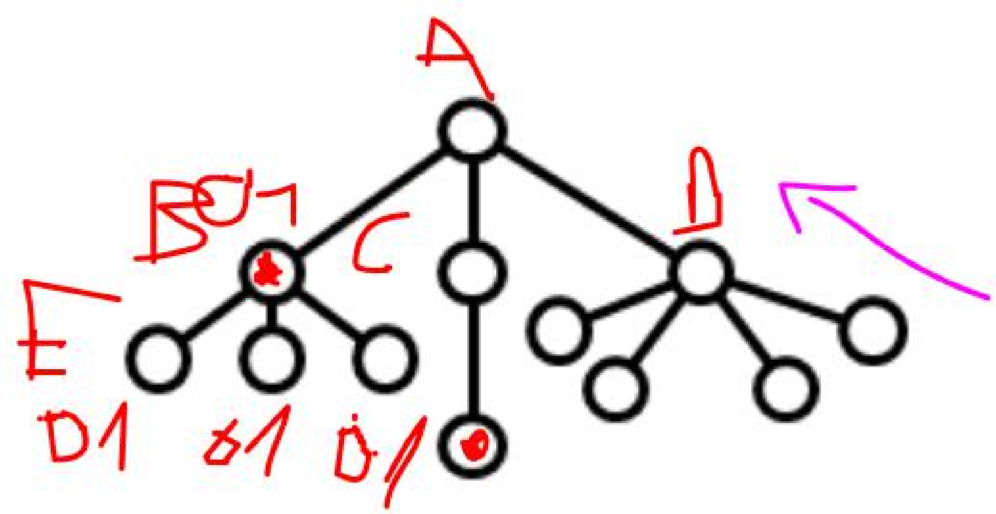
Př. 5/7d: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



Př. 5/7d: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



Yes	9	100%
No	0	0%

9/28

Př. 5/8c: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

c) 00010110010110010111

PAL: 6. cvičení

Tomáš Sieger

29. 10. 2020

Kdo co (vy)řešil

5. cvičení! dnes

	12	4	6	7d	8c	8d	1	2	3	4	5	6	7	8
Do														
Hl														
Hr														
Ke														
Ku								I						
Lö				I	I	I								
Ma	I	I		I	I	I	I		I		I			
My	I		I	I										
Ne														
Po														
Rý														
Sk							I	I			I			
St														
Zá	I		I					I						

Kdo co (vy)řešil

5. cvičení! dnes

<table>
<tr><th></th><th>12</th><th>4</th><th>6</th><th>7d</th><th>8c</th><th>8d</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th></tr>
<tr><td>Do</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Hl</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Hr</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ke</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ku</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Lö</td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ma</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>My</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ne</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Po</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Rý</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Sk</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>St</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Zá</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Př. 5/8d: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

d) 000001011100111000010111

Př. 5/8c: rekonstrukce stromu z certifikátu

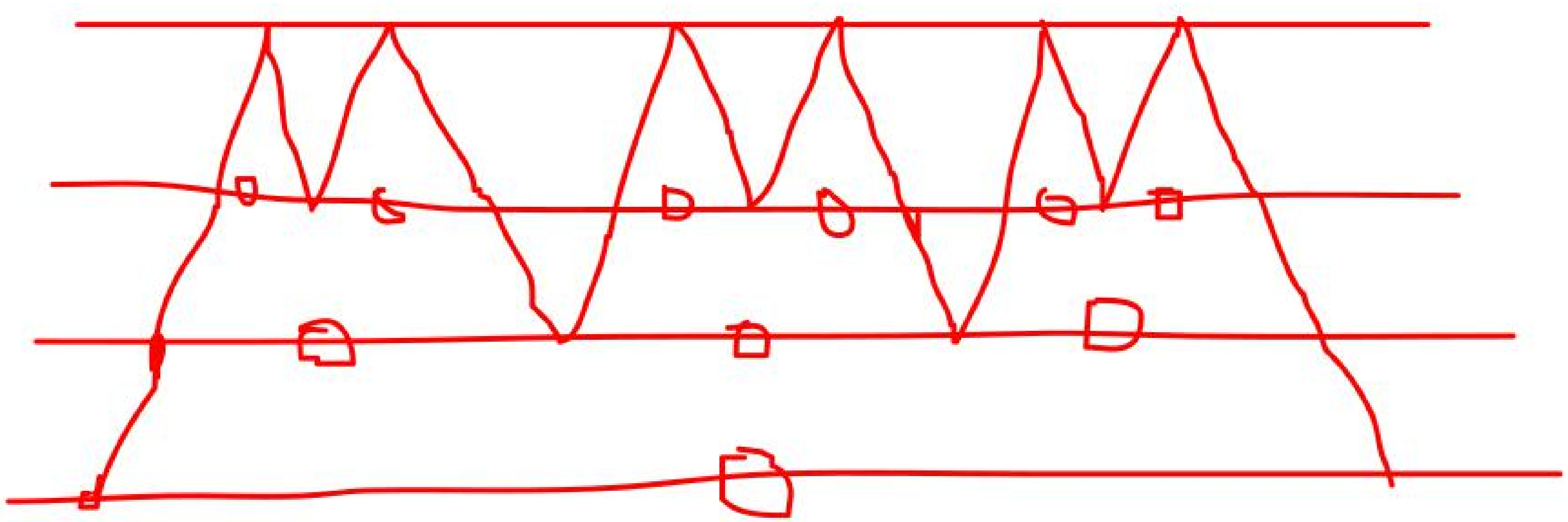
Rekonstruujte strom z certifikátu:

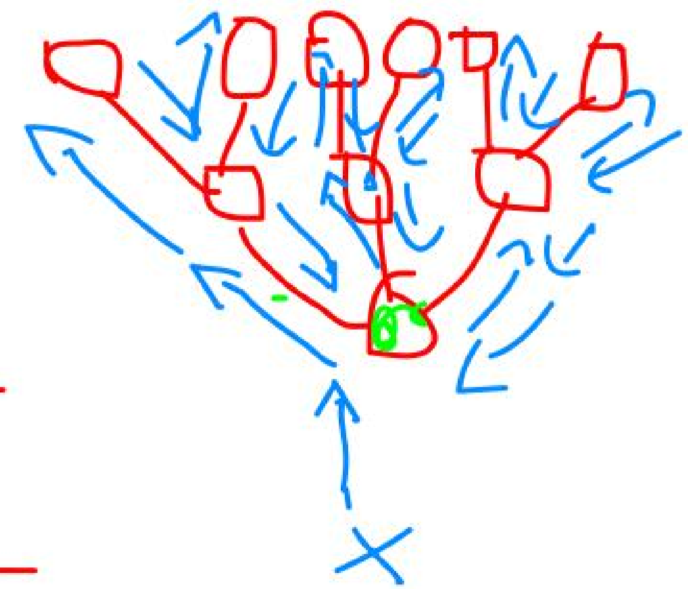
c) 00010110010110010111

Př. 5/8c: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

c) 00010110010110010111





Př. 5/8d: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

d) 0000010111001110000010111

Př. 5/8d: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

d) 0000010111001110000010111

$|0| = 13$

$|1| = 11$

Kombinatorické algoritmy

Př. 5/8d: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

d) 0000010111001110000101111

$|0| = 13$

$|1| = 11$

Př. 5/8d: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

d) 000001011100111000010111

$|0| = 13$

$|1| = 11$

Kombinatorické algoritmy

Př. 6/1: podmnožiny písmen

Je dána množina malých písmen $P = \{a, b, c, \ldots, z\}$ bez diakritiky. Máme vygenerovat tabulku T s 8 sloupci, jejíž každý řádek bude obsahovat jednu 8-prvkovou podmnožinu množiny P tak, že každá buňka na řádku bude obsahovat právě jeden znak. Tabulka bude obsahovat všechny možné navzájem různé 8 prvkové podmnožiny P a žádná podmnožina se v T nebude opakovat. Určete, jak bude tabulka velká a zda ji váš počítač bude moci vyplnit během 1 sec.

Př. 6/1: podmnožiny písmen

Je dána množina malých písmen $P = \{a, b, c, \ldots, z\}$ bez diakritiky. Máme vygenerovat tabulku T s 8 sloupci, jejíž každý řádek bude obsahovat jednu 8-prvkovou podmnožinu množiny P tak, že každá buňka na řádku bude obsahovat právě jeden znak. Tabulka bude obsahovat všechny možné navzájem různé 8 prvkové podmnožiny P a žádná podmnožina se v T nebude opakovat. Určete, jak bude tabulka velká a zda ji váš počítač bude moci vyplnit během 1 sec.

T

a	b	c	d	e	f	g	h
a	b	c	d	e	f	g	i

Kdo co (vy)řešil

dnes

5. cvičení!

<table>
<tr><th></th><th>12</th><th>4</th><th>6</th><th>7d</th><th>8c</th><th>8d</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th></tr>
<tr><td>Do</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Hl</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Hr</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ke</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ku</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Lö</td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ma</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>My</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ne</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Po</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Rý</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Sk</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>St</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Zá</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Kdo co (vy)řešil

5. cvičení!

dnes

<table>
<tr><th></th><th>12</th><th>4</th><th>6</th><th>7d</th><th>8c</th><th>8d</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th></tr>
<tr><td>Do</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Hl</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Hr</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ke</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ku</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Lö</td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ma</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>My</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ne</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Po</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Rý</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Sk</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>St</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Zá</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Př. 6/2: všechny podmnožiny

Napište pseudokód funkce, která vypíše všechny neprázdné podmnožiny množiny $\{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$.

Př. 6/1: podmnožiny písmen

Je dána množina malých písmen $P = \{a, b, c, \ldots, z\}$ bez diakritiky. Máme vygenerovat tabulku T s 8 sloupci, jejíž každý řádek bude obsahovat jednu 8-prvkovou podmnožinu množiny P tak, že každá buňka na řádku bude obsahovat právě jeden znak. Tabulka bude obsahovat všechny možné navzájem různé 8 prvkové podmnožiny P a žádná podmnožina se v T nebude opakovat. Určete, jak bude tabulka velká a zda ji váš počítač bude moci vyplnit během 1 sec.

T

a	b	c	d	e	f	g	h
a	b	c	d	e	f	g	i

Př. 6/1: podmnožiny písmen

Je dána množina malých písmen $P = \{a, b, c, \ldots, z\}$ bez diakritiky. Máme vygenerovat tabulku T s 8 sloupci, jejíž každý řádek bude obsahovat jednu 8-prvkovou podmnožinu množiny P tak, že každá buňka na řádku bude obsahovat právě jeden znak. Tabulka bude obsahovat všechny možné navzájem různé 8 prvkové podmnožiny P a žádná podmnožina se v T nebude opakovat. Určete, jak bude tabulka velká a zda ji váš počítač bude moci vyplnit během 1 sec.

T

a	b	c	d	e	f	g	h
a	b	c	d	e	f	g	i

⋮

$$\frac{26\cdot 25\cdot 24\cdot 23\cdot 22\cdot 21\cdot 20\cdot 19}{8!} = \binom{26}{8}$$

$x_i < x_{i+1}$

a b c

~~b a~~

Př. 6/1: podmnožiny písmen

Je dána množina malých písmen $P = \{a, b, c, \ldots, z\}$ bez diakritiky. Máme vygenerovat tabulku T s 8 sloupci, jejíž každý řádek bude obsahovat jednu 8-prvkovou podmnožinu množiny P tak, že každá buňka na řádku bude obsahovat právě jeden znak. Tabulka bude obsahovat všechny možné navzájem různé 8 prvkové podmnožiny P a žádná podmnožina se v T nebude opakovat. Určete, jak bude tabulka velká a zda ji váš počítač bude moci vyplnit během 1 sec.

T

a	b	c	d	e	f	g	h
a	b	c	d	e	f	g	i

Př. 6/1: podmnožiny písmen

Je dána množina malých písmen $P = \{a, b, c, \dots, z\}$ bez diakritiky. Máme vygenerovat tabulku T s 8 sloupci, jejíž každý řádek bude obsahovat jednu 8-prvkovou podmnožinu množiny P tak, že každá buňka na řádku bude obsahovat právě jeden znak. Tabulka bude obsahovat všechny možné navzájem různé 8 prvkové podmnožiny P a žádná podmnožina se v T nebude opakovat. Určete, jak bude tabulka velká a zda ji váš počítač bude moci vyplnit během 1 sec.

T

a	b	c	d	e	f	g	h
a	b	c	d	e	f	g	i

$\vdots$

$$\frac{26\cdot 25\cdot 24\cdot 23\cdot 22\cdot 21\cdot 20\cdot 19}{8!} = \binom{26}{8}$$

$x_i < x_{i+1}$

$a \quad b \quad c$

$\cancel{b \quad a}$

$$\frac{26\cdot 25\cdot 24\cdot 23\cdot 22\cdot 21\cdot 20\cdot 19}{8!} = \binom{26}{8}$$

$x_i < x_{i+1}$

a b c

~~b a~~

$A = \{a, b, c, d\}$

abc
abd
acd
bcd

$\binom{4}{3} = 4$

x = "a , "

fill(x, 1, 8, a, z)

```
fill(X, i, k, start, stop)
    if k=0 return TRUE
    if start > stop return FALSE
    for a = start .. stop
        x[i] = a
        if fill(x, i+1, k-1,
                a+1, stop)
```

Yes	7	100%	
No	0	0%	

Př. 6/2: všechny podmnožiny

Napište pseudokód funkce, která vypíše všechny neprázdné podmnožiny množiny $\{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$.

Př. 6/2: všechny podmnožiny

Napište pseudokód funkce, která vypíše všechny neprázdné podmnožiny množiny $\{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$.

$n = 3$

$\{0, 1, 2\}$

0/1 0/1 0/1

$\emptyset$

0

1

2

0 1

0 2

1 2

0 1 2

000

100

010

111

2^n

000

111 $2^n - 1$

Yes		8	100%
No	0		0%

15/28

Př. 6/3: přívětivé permutace

Mějme permutace množiny $M = \{1, 2, 3, \ldots, n\}, n > 4$. Permutaci p této množiny prohlásíme za přívětivou, pokud platí:

- ☐ $p(3) \in \{3, n\}$,
- ☐ $p(n) \in \{3, n\}$,
- ☐ $p(1) = 1$,
- ☐ $p(2) = 2$,
- ☐ $p(i) \in \{4, ..., n-1\}$ pro $i = 4, ..., n-1$.

Určete počet přívětivých permutací množiny M.

Kdo co (vy)řešil

5. cvičení! — dnes

	12	4	6	7d	8c	8d	1	2	3	4	5	6	7	8
Do														
Hl														
Hr														
Ke														
Ku								|						
Lö				|	|	|								
Ma	|	|		|	|	|	|		|		|			
My	|		|	|										
Ne														
Po														
Rý														
Sk							|	|			|			
St														
Zá	|		|					|						

Kdo co (vy)řešil

5. cvičení! dnes

	12	4	6	7d	8c	8d	1	2	3	4	5	6	7	8
Do														
Hl														
Hr														
Ke														
Ku								|						
Lö				|	|	|								
Ma	|	|		|	|	|	|		|		|			
My	|		|	|										
Ne														
Po														
Rý														
Sk							|	|			|			
St														
Zá	|		|					|						

Př. 6/1: podmnožiny písmen

Je dána množina malých písmen $P = \{a, b, c, \ldots, z\}$ bez diakritiky. Máme vygenerovat tabulku T s 8 sloupci, jejíž každý řádek bude obsahovat jednu 8-prvkovou podmnožinu množiny P tak, že každá buňka na řádku bude obsahovat právě jeden znak. Tabulka bude obsahovat všechny možné navzájem různé 8 prvkové podmnožiny P a žádná podmnožina se v T nebude opakovat. Určete, jak bude tabulka velká a zda ji váš počítač bude moci vyplnit během 1 sec.

T

a	b	c	d	e	f	g	h
a	b	c	d	e	f	g	i

Př. 6/1: podmnožiny písmen

Je dána množina malých písmen $P = \{a, b, c, \ldots, z\}$ bez diakritiky. Máme vygenerovat tabulku T s 8 sloupci, jejíž každý řádek bude obsahovat jednu 8-prvkovou podmnožinu množiny P tak, že každá buňka na řádku bude obsahovat právě jeden znak. Tabulka bude obsahovat všechny možné navzájem různé 8 prvkové podmnožiny P a žádná podmnožina se v T nebude opakovat. Určete, jak bude tabulka velká a zda ji váš počítač bude moci vyplnit během 1 sec.

T

a	b	c	d	e	f	g	h
a	b	c	d	e	f	g	i

⋮

$$\frac{26\cdot 25\cdot 24\cdot 23\cdot 22\cdot 21\cdot 20\cdot 19}{8!} = \binom{26}{8}$$

$x_i < x_{i+1}$

a b c

~~b a~~

$A = \{a, b, c, d)$

abc
abd
acd
bcd

$\binom{4}{3} = 4$

x = "a _______, "

fill(x, 1, 8, a, z)

```
fill(x, i, k, start, stop)
    if k=0 return TRUE
    if start > stop return FALSE
    for a = start .. stop
        x[i] = a
        if fill(x, i+1, k-1,
                    a+1, stop)
```

Yes 7 100%

No 0 0%

$$\frac{26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19}{8!} = \binom{26}{8}$$

$x_i < x_{i+1}$

a b c

~~b a~~

$A = \{a, b, c, d)$

abc
abd
acd
bcd

$\binom{4}{3} = 4$

$x = \text{"}\underline{a \qquad}\text{"}$

fill(x, 1, 8, a, z)

fill(x, i, k, start, stop)

```
if k=0 return TRUE
if start > stop return FALSE
for a = start .. stop
    x[i] = a
    if fill(x, i+1, k-1,
            a+1, stop)
```

pr

Yes 7 100%

No 0 0%

Př. 6/2: všechny podmnožiny

Napište pseudokód funkce, která vypíše všechny neprázdné podmnožiny množiny $\{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$.

$n = 3$

$\{0, 1, 2\}$

0/1 0/1 0/1

$\emptyset$

0

1

2

0 1

0 2

1 2

0 1 2

000

100

010

111

2^n

000

111 $\quad 2^n - 1$

Yes 8 100%

No 0 0%

Př. 6/2: všechny podmnožiny

Napište pseudokód funkce, která vypíše všechny neprázdné podmnožiny množiny $\{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$.

$n = 3$

$\{0, 1, 2\}$

0/1 0/1 0/1

$\emptyset$

0

1

2

0 1

0 2

1 2

0 1 2

000

100

010

$\vdots$

111

2^n

000

111

$2^n - 1$

Yes 8 100%

No 0 0%

Př. 6/3: přívětivé permutace

Mějme permutace množiny $M = \{1, 2, 3, \dots, n\}, n > 4$. Permutaci p této množiny prohlásíme za přívětivou, pokud platí:

- ☐ $p(3) \in \{3, n\}$,
- ☐ $p(n) \in \{3, n\}$,
- ☐ $p(1) = 1$,
- ☐ $p(2) = 2$,
- ☐ $p(i) \in \{4, ..., n-1\}$ pro $i = 4, ..., n-1$.

Určete počet přívětivých permutací množiny M.

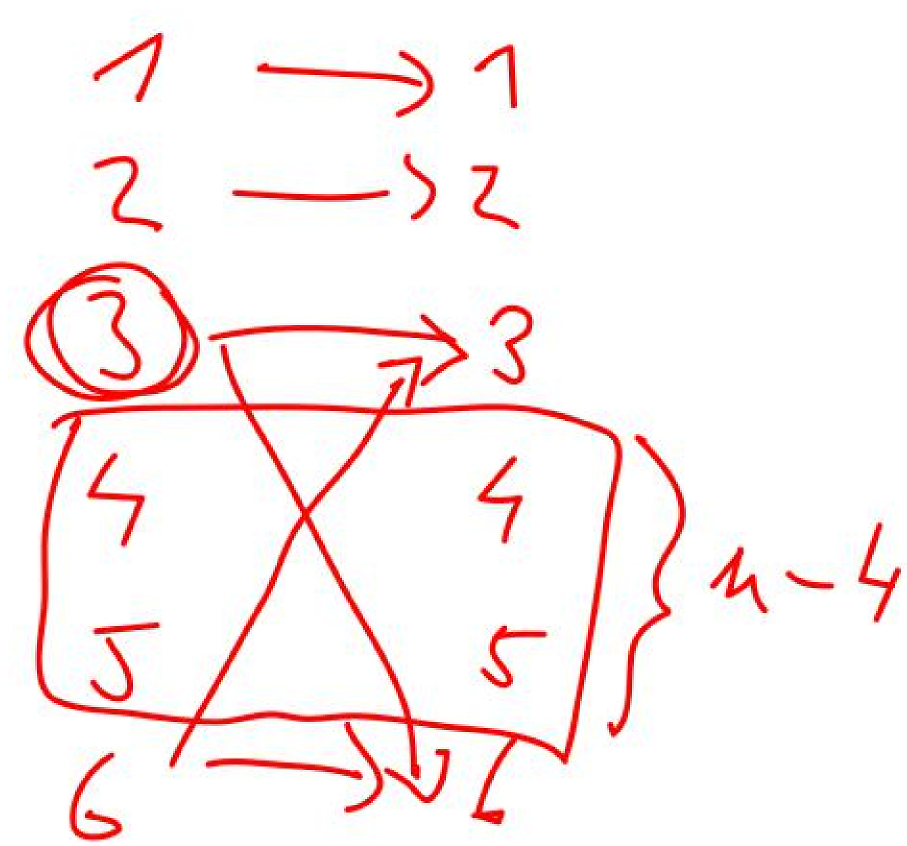
Př. 6/3: přívětivé permutace

Mějme permutace množiny $M = \{1, 2, 3, \ldots, n\}, n > 4$. Permutaci p této množiny prohlásíme za přívětivou, pokud platí:

$n = 6$

- ☐ $p(3) \in \{3, n\}$,
- ☐ $p(n) \in \{3, n\}$,
- ☐ $p(1) = 1$,
- ☐ $p(2) = 2$,
- ☐ $p(i) \in \{4, ..., n-1\}$ pro $i = 4, ..., n-1$.

Určete počet přívětivých permutací množiny M.



$2 \cdot (n-4)!$

Yes 7 100%

No 0 0%

17/28

Př. 6/4: Grayův kód

Předpokládejme, že každý prvek Grayova code G_n, jímž je n-tice nul a jedniček, bude uložen v poli znaků o délce n. Napište pseudokód rekurzivní funkce, která pro dané n vygeneruje a vypíše celý Grayův code G_n.

Kdo co (vy)řešil

5. cvičení! dnes

<table>
<tr><th></th><th>12</th><th>4</th><th>6</th><th>7d</th><th>8c</th><th>8d</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th></tr>
<tr><td>Do</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Hl</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Hr</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ke</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ku</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Lö</td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ma</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>My</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ne</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Po</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Rý</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Sk</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>St</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Zá</td><td>|</td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>|</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Kdo co (vy)řešil

5. cvičení!

dnes

	12	4	6	7d	8c	8d	1	2	3	4	5	6	7	8
Do														
Hl														
Hr														
Ke														
Ku														
Lö														
Ma														
My														
Ne														
Po														
Rý														
Sk														
St														
Zá														

Př. 6/2: všechny podmnožiny

Napište pseudokód funkce, která vypíše všechny neprázdné podmnožiny množiny $\{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$.

$n = 3$

$\{0, 1, 2\}$

0/1 0/1 0/1

$\emptyset$

0

1

2

0 1

0 2

1 2

0 1 2

000

100

010

111

2^n

000

111 $2^n - 1$

Yes 8 100%

No 0 0%

Př. 6/2: všechny podmnožiny

Napište pseudokód funkce, která vypíše všechny neprázdné podmnožiny množiny $\{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$.

$n = 3$

$\{0, 1, 2\}$

0/1 0/1 0/1

$\emptyset$ — 000

0 — 100

1 — 010

2

0 1

0 2

1 2

0 1 2 — 111

2^n

000

111 $\quad 2^n - 1$

Yes 8 100%

No 0 0%

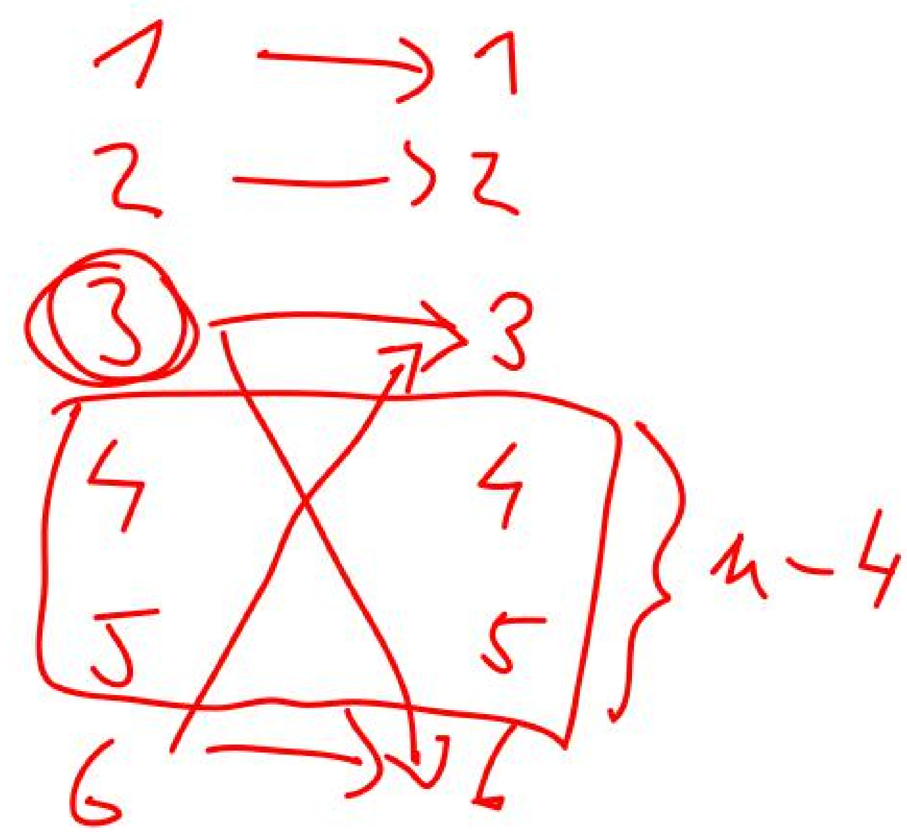
15 / 28

Př. 6/3: přívětivé permutace

Mějme permutace množiny $M = \{1, 2, 3, \dots, n\}, n > 4$. Permutaci p této množiny prohlásíme za přívětivou, pokud platí:

$n=6$

- ☐ $p(3) \in \{3, n\}$,
- ☐ $p(n) \in \{3, n\}$,
- ☐ $p(1) = 1$,
- ☐ $p(2) = 2$,
- ☐ $p(i) \in \{4, ..., n-1\}$ pro $i = 4, ..., n-1$.



Určete počet přívětivých permutací množiny M.

$2 \cdot (n-4)!$

Yes 7 100%

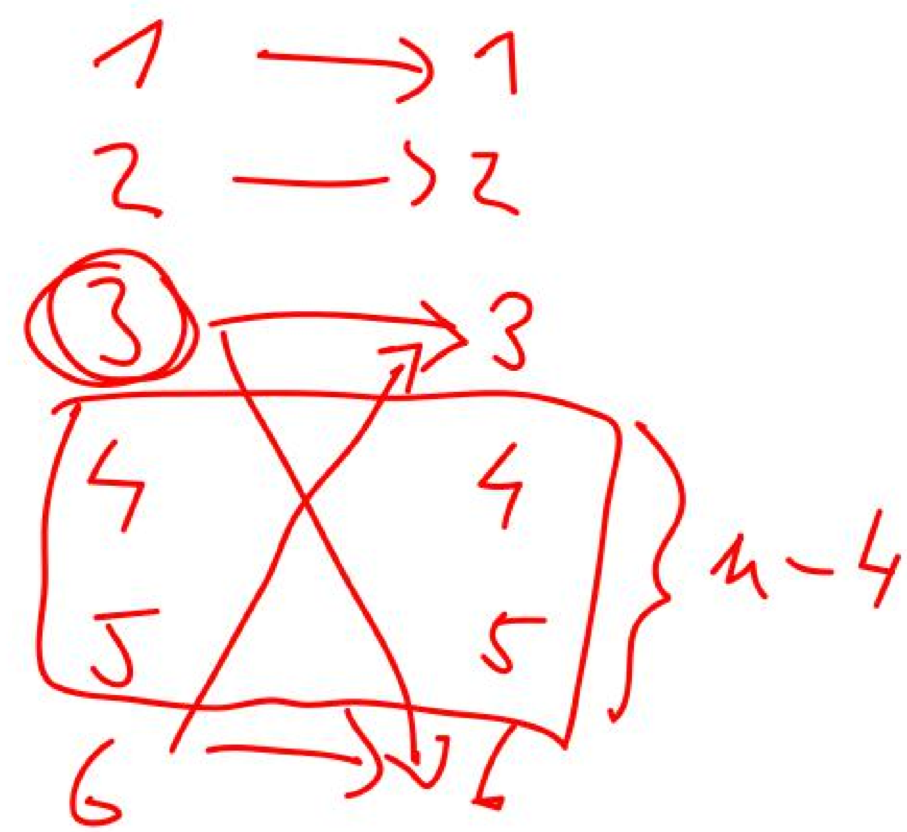
No 0 0%

Př. 6/3: přívětivé permutace

Mějme permutace množiny $M = \{1, 2, 3, \ldots, n\}, n > 4$. Permutaci p této množiny prohlásíme za přívětivou, pokud platí:

$n=6$

- ☐ $p(3) \in \{3, n\}$,
- ☐ $p(n) \in \{3, n\}$,
- ☐ $p(1) = 1$,
- ☐ $p(2) = 2$,
- ☐ $p(i) \in \{4, ..., n-1\}$ pro $i = 4, ..., n-1$.



Určete počet přívětivých permutací množiny M.

$2 \cdot (n-4)!$

Yes 7 100%

No 0 0%

17/28

Př. 6/4: Grayův kód

Předpokládejme, že každý prvek Grayova code G_n, jímž je n-tice nul a jedniček, bude uložen v poli znaků o délce n. Napište pseudokód rekurzivní funkce, která pro dané n vygeneruje a vypíše celý Grayův code G_n.

Př. 6/4: Grayův kód

Předpokládejme, že každý prvek Grayova code G_n, jímž je n-tice nul a jedniček, bude uložen v poli znaků o délce n. Napište pseudokód rekurzivní funkce, která pro dané n vygeneruje a vypíše celý Grayův code G_n.

G^3

G^3	i	binary
000	0	000
001	1	001
011	2	010
010	3	011
110	4	100
111	5	101
101	6	110
100	7	111

0000
0001
0011
0010

0000	0
0001	1
0010	2
0011	3

$g(n=3, i)$

if $i < 2^{n-1}$
  print 0
  print $g(n-1, i)$
else
  print 1
  ~~print~~ $g(n-1, 2^n - 1 - i)$

Př. 6/5: číslování permutací

Všechny permutace množiny M s 98 prvky očíslujeme pořadovými čísly od 0 do $98! - 1$. V programu pak nepracujeme s permutacemi, ale jen s jejich pořadovými čísly. Víme, že budeme zkoumat pokaždé najednou 100 permutací, čili v paměti budeme muset mít uloženo právě 100 pořadových čísel různých permutací množiny M. Kolik minimálně bitů si musíme v paměti rezervovat, abychom si těchto 100 reprezentací mohli uložit?

Př. 6/6: předchozí podmnožina

Uvažujme všechny k-prvkové podmožiny množiny $M = \{1, 2, 3, ..., n\}, 1 \leq k \leq n$. Vyjděte z algoritmu transformujícího seznam prvků jedné podmnožiny na seznam prvků podmožiny bezprostředně následující v lexikografickém uspořádání těchto podmnožin. Navrhněte a popište algoritmus, který bude transformovat seznam prvků jedné podmnožiny na seznam prvků podmožiny bezprostředně předcházející v témže lexikografickém uspořádání. Bude mít stejnou asymptotickou složitost?

Př. 6/7: cykly permutací

Uvažujeme permutace množiny $M = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$. Cyklus délky k v permutaci p definujeme jako množinu $A = \{a_1, a_2, ..., a_k\} \subset M$, pro kterou platí: $1 \leq a_1 < a_2 < \ldots < a_k \leq n$, $p(a_j) = a_j + 1$ pro $1 \leq j < k, p(a_k) = a_1$. Určete, kolik je takových permutací množiny M, které obsahují právě dva cykly, z nichž jeden má délku 4 a druhý délku $n - 4$.

Př. 6/8: pořadí permutace

Rank permutace π množiny $N = \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$ je pořadové číslo této permutace v seznamu všech permutací množiny N uspořádaném v rostoucím lexikografickém pořadí, přičemž prvky seznamu jsou číslovány od 0. Napište pseudokód funkce která v čase úměrném n vytiskne takovou permutaci π množiny N, jejíž rank je právě $n!/2$. Předpokládáme $n \geq 2$.

Př. 6/7: cykly permutací

Uvažujeme permutace množiny $M = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$. Cyklus délky k v permutaci p definujeme jako množinu $A = \{a_1, a_2, ..., a_k\} \subset M$, pro kterou platí: $1 \leq a_1 < a_2 < \ldots < a_k \leq n$, $p(a_j) = a_j + 1$ pro $1 \leq j < k, p(a_k) = a_1$. Určete, kolik je takových permutací množiny M, které obsahují právě dva cykly, z nichž jeden má délku 4 a druhý délku $n - 4$.

Př. 6/6: předchozí podmnožina

Uvažujme všechny k-prvkové podmožiny množiny $M = \{1, 2, 3, ..., n\}, 1 \leq k \leq n$. Vyjděte z algoritmu transformujícího seznam prvků jedné podmnožiny na seznam prvků podmožiny bezprostředně následující v lexikografickém uspořádání těchto podmnožin. Navrhněte a popište algoritmus, který bude transformovat seznam prvků jedné podmnožiny na seznam prvků podmožiny bezprostředně předcházející v témže lexikografickém uspořádání. Bude mít stejnou asymptotickou složitost?

Př. 6/5: číslování permutací

Všechny permutace množiny M s 98 prvky očíslujeme pořadovými čísly od 0 do $98! - 1$. V programu pak nepracujeme s permutacemi, ale jen s jejich pořadovými čísly. Víme, že budeme zkoumat pokaždé najednou 100 permutací, čili v paměti budeme muset mít uloženo právě 100 pořadových čísel různých permutací množiny M. Kolik minimálně bitů si musíme v paměti rezervovat, abychom si těchto 100 reprezentací mohli uložit?

Př. 6/4: Grayův kód

Předpokládejme, že každý prvek Grayova code G_n, jímž je n-tice nul a jedniček, bude uložen v poli znaků o délce n. Napište pseudokód rekurzivní funkce, která pro dané n vygeneruje a vypíše celý Grayův code G_n.

G^3_i

G^3_i	i	binary
000	0	000
001	1	001
011	2	010
010	3	011
110	4	100
111	5	101
101	6	110
100	7	111

0000	0000	0
0001	0001	1
0011	0010	2
0010	0011	3

$g(n=3, i)$

if $i < 2^{n-1}$

print 0

print $g(n-1, i)$

else

print 1

~~print~~ $g(n-1, 2^n - 1 - i)$

Př. 6/4: Grayův kód

Předpokládejme, že každý prvek Grayova code G_n, jímž je n-tice nul a jedniček, bude uložen v poli znaků o délce n. Napište pseudokód rekurzivní funkce, která pro dané n vygeneruje a vypíše celý Grayův code G_n.

G^3

000	0	000
001	1	001
011	2	010
010	3	011
110	4	100
111	5	101
101	6	110
100	7	111

0000
0001
0011
0010

0000	0
0001	1
0010	2
0011	3

$g(n=3, i)$

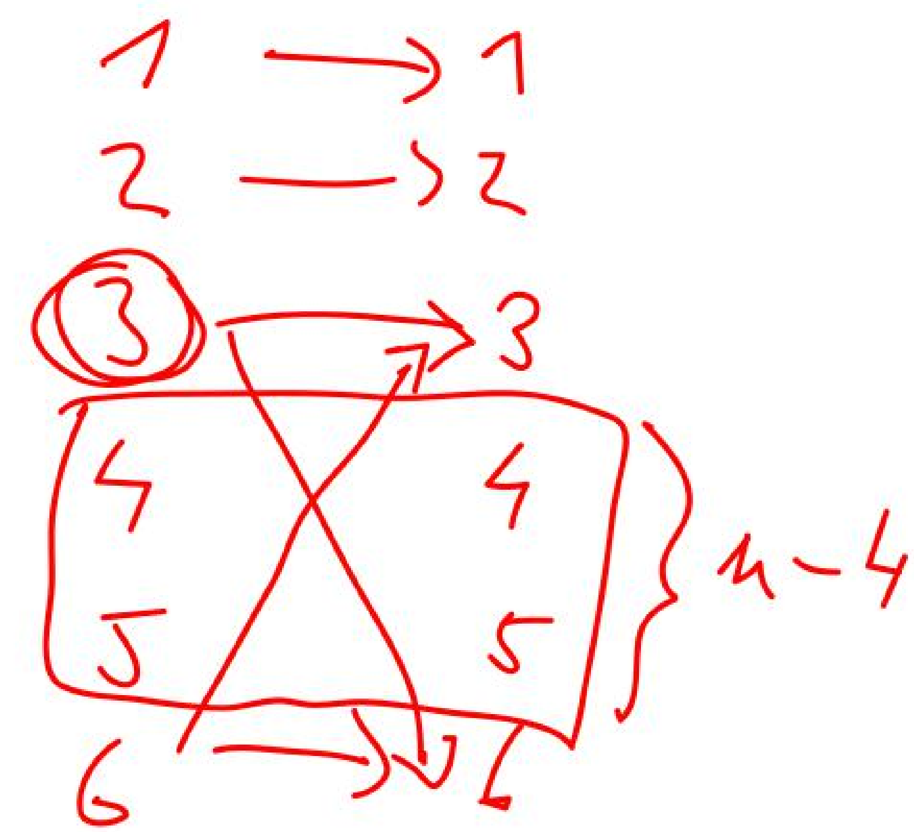
if $i < 2^{n-1}$
print 0
print $g(n-1, i)$
else
print 1
~~print~~ $g(n-1, 2^n - 1 - i)$

Př. 6/3: přívětivé permutace

Mějme permutace množiny $M = \{1, 2, 3, \ldots, n\}, n > 4$. Permutaci p této množiny prohlásíme za přívětivou, pokud platí:

$n = 6$

- ☐ $p(3) \in \{3, n\}$,
- ☐ $p(n) \in \{3, n\}$,
- ☐ $p(1) = 1$,
- ☐ $p(2) = 2$,
- ☐ $p(i) \in \{4, ..., n-1\}$ pro $i = 4, ..., n-1$.



Určete počet přívětivých permutací množiny M.

$2 \cdot (n-4)!$

Yes	7	100%
No	0	0%

17/28

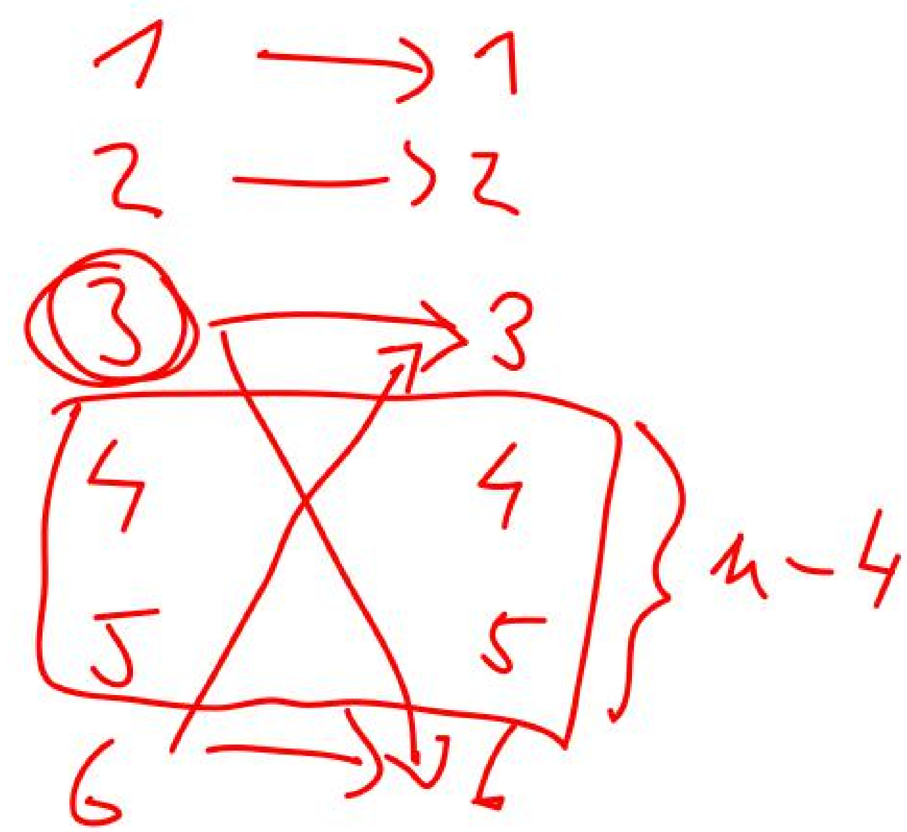
Př. 6/3: přívětivé permutace

Mějme permutace množiny $M = \{1, 2, 3, \ldots, n\}, n > 4$. Permutaci p této množiny prohlásíme za přívětivou, pokud platí:

$n=6$

- ☐ $p(3) \in \{3, n\}$,
- ☐ $p(n) \in \{3, n\}$,
- ☐ $p(1) = 1$,
- ☐ $p(2) = 2$,
- ☐ $p(i) \in \{4, ..., n-1\}$ pro $i = 4, ..., n-1$.

Určete počet přívětivých permutací množiny M.



$2 \cdot (n-4)!$

Yes	7	100%
No	0	0%

Př. 6/2: všechny podmnožiny

Napište pseudokód funkce, která vypíše všechny neprázdné podmnožiny množiny $\{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$.

$n = 3$

$\{0, 1, 2\}$

0/1 0/1 0/1

$\emptyset$

0

1

2

0 1

0 2

1 2

0 1 2

$$\left.\begin{array}{c} 000 \\ 100 \\ 010 \\ \vdots \\ 111 \end{array}\right\} 2^n$$

000

111 $\quad 2^n - 1$

Yes		8	100%
No	0		0%

Př. 6/2: všechny podmnožiny

Napište pseudokód funkce, která vypíše všechny neprázdné podmnožiny množiny $\{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$.

$n = 3$

$\{0, 1, 2\}$

0/1 0/1 0/1

$\emptyset$

0

1

2

0 1

0 2

1 2

0 1 2

000

100

010

2^n

111

000

111 $2^n - 1$

Yes	8	100%
No	0	0%

15/28

$$\frac{26\cdot 25\cdot 24\cdot 23\cdot 22\cdot 21\cdot 20\cdot 19}{8!} = \binom{26}{8}$$

$x_i < x_{i+1}$

a b c

~~b a~~

$A = \{a, b, c, d\}$

abc
abd
acd
bcd

$\binom{4}{3} = 4$

$x = \text{"}\underline{a \quad\quad\quad}\text{"}$

fill(x, 1, 8, a, z)

```
fill(x, i, k, start, stop)
   if k=0 return TRUE
   if start > stop return FALSE
   for a = start .. stop
      x[i] = a
      if fill(x, i+1, k-1,
              a+1, stop)
```

Yes 7 100%

No 0 0%

$$\frac{26\cdot 25\cdot 24\cdot 23\cdot 22\cdot 21\cdot 20\cdot 19}{8!} = \binom{26}{8}$$

$x_i < x_{i+1}$

a b c

~~b a~~

$A = \{a, b, c, d\}$

abc
abd
acd
bcd

$\binom{4}{3} = 4$

x = "a ______" , 4

fill(x, 1, 8, a, z)

```
fill(x, i, k, start, stop)
    if k=0 return TRUE
    if start > stop return FALSE
    for a = start .. stop
        x[i] = a
        if fill(x, i+1, k-1,
                a+1, stop)
```

Yes 7 100%

No 0 0%

Př. 6/1: podmnožiny písmen

Je dána množina malých písmen $P = \{a, b, c, \ldots, z\}$ bez diakritiky. Máme vygenerovat tabulku T s 8 sloupci, jejíž každý řádek bude obsahovat jednu 8-prvkovou podmnožinu množiny P tak, že každá buňka na řádku bude obsahovat právě jeden znak. Tabulka bude obsahovat všechny možné navzájem různé 8 prvkové podmnožiny P a žádná podmnožina se v T nebude opakovat. Určete, jak bude tabulka velká a zda ji váš počítač bude moci vyplnit během 1 sec.

T

a	b	c	d	e	f	g	h
a	b	c	d	e	f	g	i

⋮

Př. 6/1: podmnožiny písmen

Je dána množina malých písmen $P = \{a, b, c, \ldots, z\}$ bez diakritiky. Máme vygenerovat tabulku T s 8 sloupci, jejíž každý řádek bude obsahovat jednu 8-prvkovou podmnožinu množiny P tak, že každá buňka na řádku bude obsahovat právě jeden znak. Tabulka bude obsahovat všechny možné navzájem různé 8 prvkové podmnožiny P a žádná podmnožina se v T nebude opakovat. Určete, jak bude tabulka velká a zda ji váš počítač bude moci vyplnit během 1 sec.

T

a	b	c	d	e	f	g	h
a	b	c	d	e	f	g	i

$\vdots$

$$\frac{26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19}{8!} = \binom{26}{8}$$

$x_i < x_{i+1}$

a b c

~~b a~~

$A = \{a, b, c, d\}$

abc
abd
acd
bcd

$$\binom{4}{3} = 4$$

$x = $ "a ______ , "

fill(x, 1, 8, a, z)

```
fill(X, i, k, start, stop)
    if k=0 return TRUE
    if start > stop return FALSE
    for a = start .. stop
        x[i] = a
        if fill(x, i+1, k-1,
                a+1, stop)
```

Yes 7 100%

No 0 0%

$$\frac{26\cdot 25\cdot 24\cdot 23\cdot 22\cdot 21\cdot 20\cdot 19}{8!} = \binom{26}{8}$$

$x_i < x_{i+1}$

a b c

~~b a~~

$A = \{a, b, c, d)$

abc
abd
acd
bcd

$\binom{4}{3} = 4$

$x =$ "a ________ "

fill(x, 1, 8, a, z)

```
fill(X, i, k, start, stop)
    if k=0 return TRUE
    if start > stop return FALSE
    for a = start .. stop
        x[i] = a
        if fill(x, i+1, k-1,
                a+1, stop)
```

Yes	7	100%
No	0	0%

Př. 6/1: podmnožiny písmen

Je dána množina malých písmen $P = \{a, b, c, \ldots, z\}$ bez diakritiky. Máme vygenerovat tabulku T s 8 sloupci, jejíž každý řádek bude obsahovat jednu 8-prvkovou podmnožinu množiny P tak, že každá buňka na řádku bude obsahovat právě jeden znak. Tabulka bude obsahovat všechny možné navzájem různé 8 prvkové podmnožiny P a žádná podmnožina se v T nebude opakovat. Určete, jak bude tabulka velká a zda ji váš počítač bude moci vyplnit během 1 sec.

T

a	b	c	d	e	f	g	h
a	b	c	d	e	f	g	i

⋮

Př. 6/1: podmnožiny písmen

Je dána množina malých písmen $P = \{a, b, c, \ldots, z\}$ bez diakritiky. Máme vygenerovat tabulku T s 8 sloupci, jejíž každý řádek bude obsahovat jednu 8-prvkovou podmnožinu množiny P tak, že každá buňka na řádku bude obsahovat právě jeden znak. Tabulka bude obsahovat všechny možné navzájem různé 8 prvkové podmnožiny P a žádná podmnožina se v T nebude opakovat. Určete, jak bude tabulka velká a zda ji váš počítač bude moci vyplnit během 1 sec.

T

a	b	c	d	e	f	g	h
a	b	c	d	e	f	g	i

⋮

Kombinatorické algoritmy

Př. 5/8d: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

d) 0000010111001110000010111

$|0| = 13$

$|1| = 11$

Př. 5/8d: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

d) 00000101110011100001011

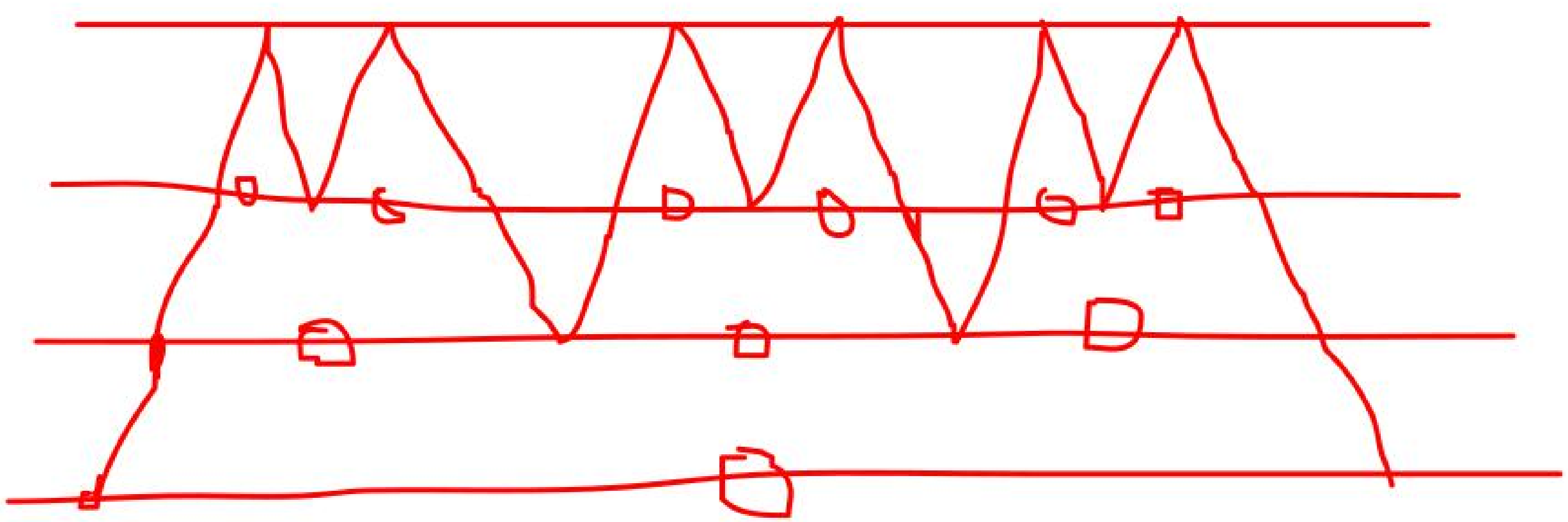
$|0| = 13$

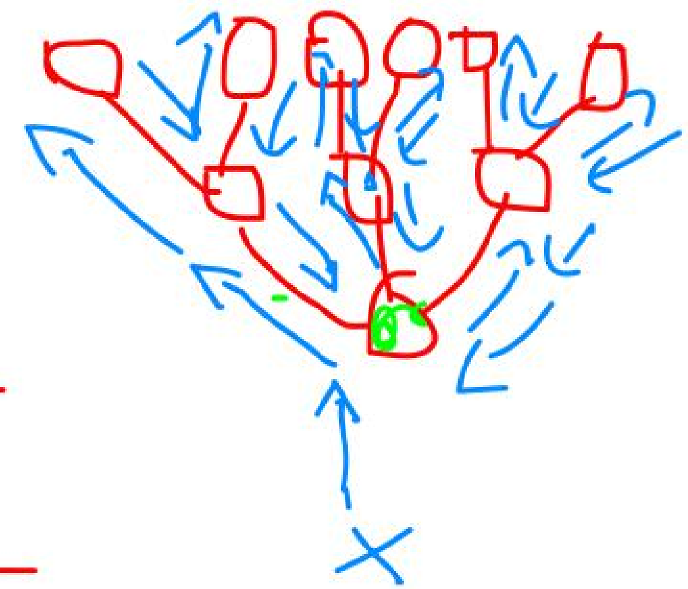
$|1| = 11$

Př. 5/8c: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

c) 0001011001011001011 1





Př. 5/8c: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

c) 000101100101100010111