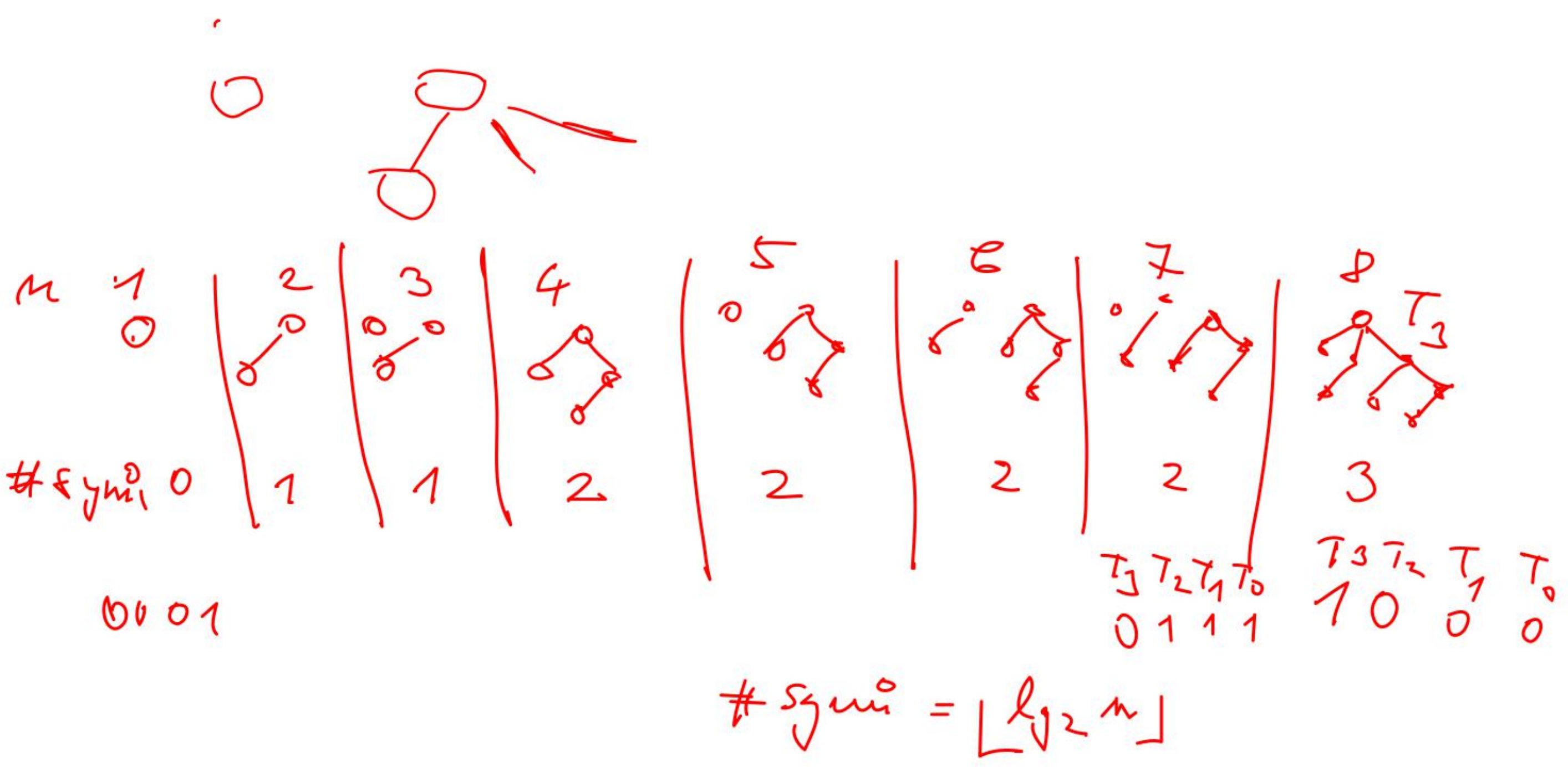


Př. 4/3: binomiální halda

Jaký je nejvyšší možný stupeň uzlu (stupeň = počet synů) v binomiální haldě s N klíči?

Př. 4/3: binomiální halda

Jaký je nejvyšší možný stupeň uzlu (stupeň = počet synů) v binomiální haldě s N klíči?



Př. 4/8: maximum v binomiální haldě

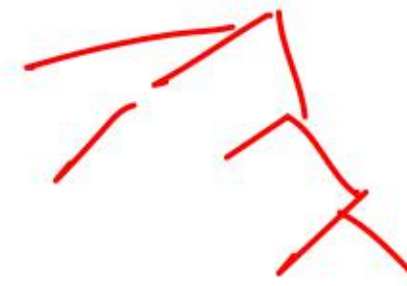
V binomiální haldě, která udržuje klíče s minimální hodnotou v kořenech svých stromů máme najít klíč s maximální hodnotou a poté ho z haldy vymazat. Zdůvodněte asymptotickou složitost této akce.

Př. 4/8: maximum v binomiální haldě

V binomiální haldě, která udržuje klíče s minimální hodnotou v kořenech svých stromů máme najít klíč s maximální hodnotou a poté ho z haldy vymazat. Zdůvodněte asymptotickou složitost této akce.

GETMIN $O(1)$
DELETEMIN $O(\lg n)$

$O(n \lg n)$



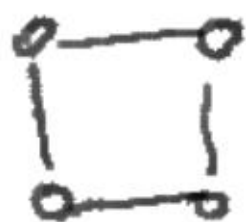
$O(n)$ *simplex*
 $O(n \lg n)$ *max.*
 $O(\lg n)$ *DELETE*

 $O(n \lg n)$

Yes	10	90%
No	1	9%

Izomorfizmy

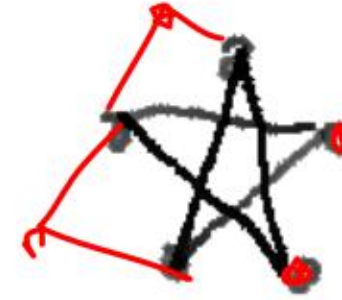
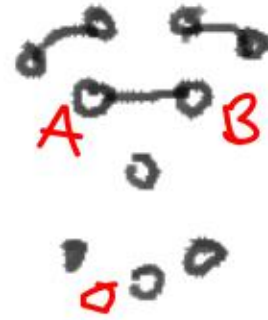
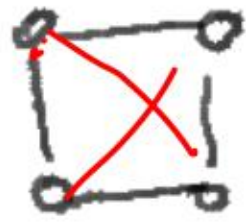
Jsou dané grafy izomorfní?



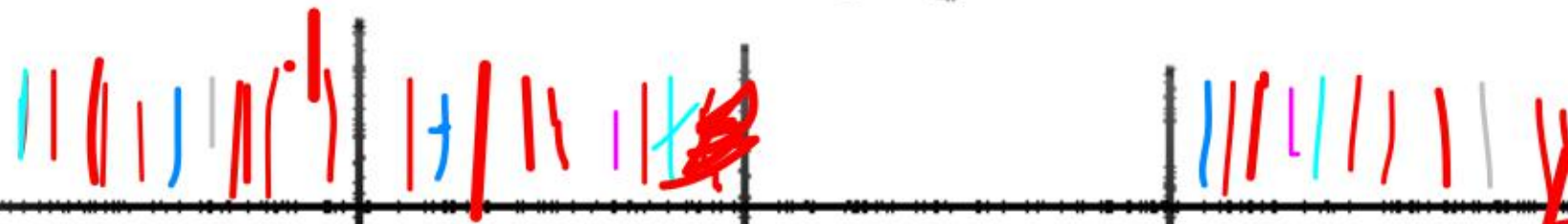
A

N

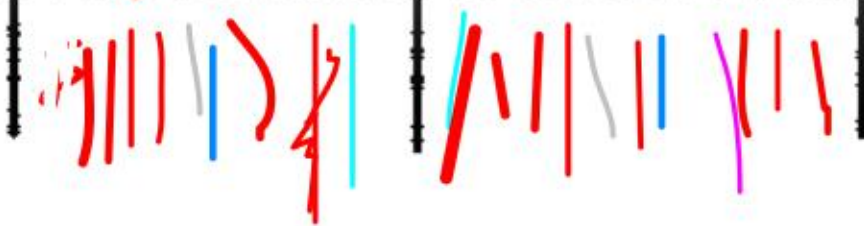
Jsou dané grafy izomorfní?



A



N

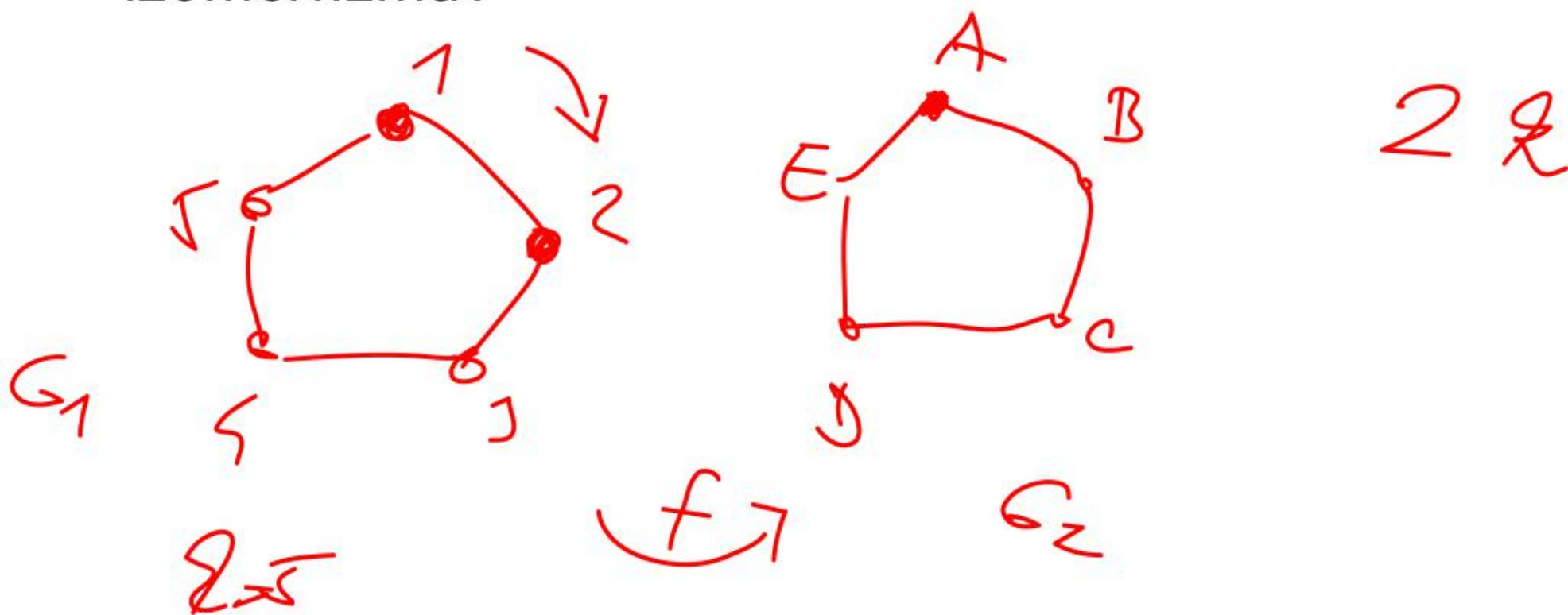


Př. 5/1: izomorfizmy kružnice

Máme dvě neorientované kružnice stejné délky $k > 2$. Kolik mezi nimi existuje izomorfizmů?

Př. 5/1: izomorfizmy kružnice

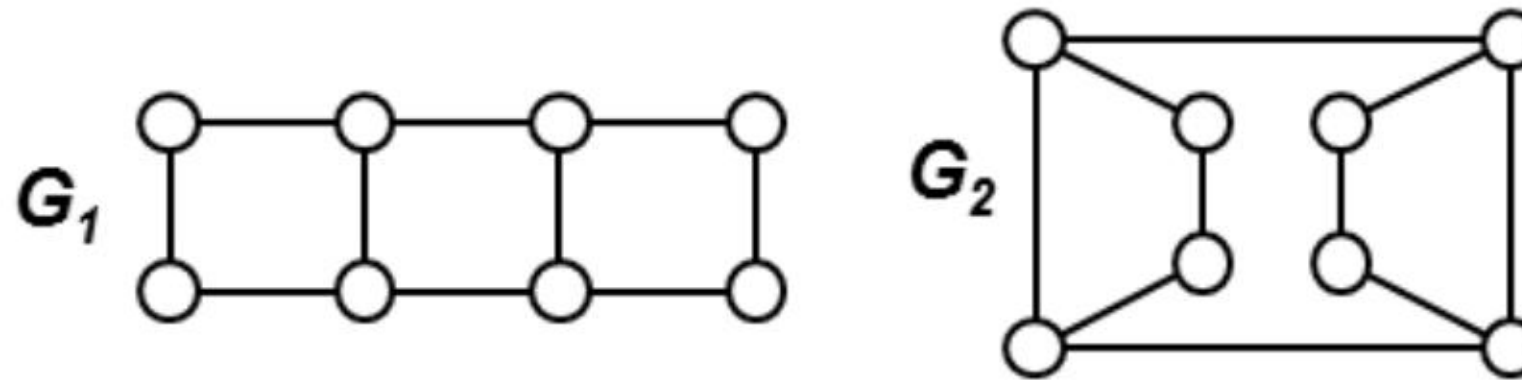
Máme dvě neorientované kružnice stejné délky $k > 2$. Kolik mezi nimi existuje izomorfizmů?



Yes	12	100%
No	0	130%/39

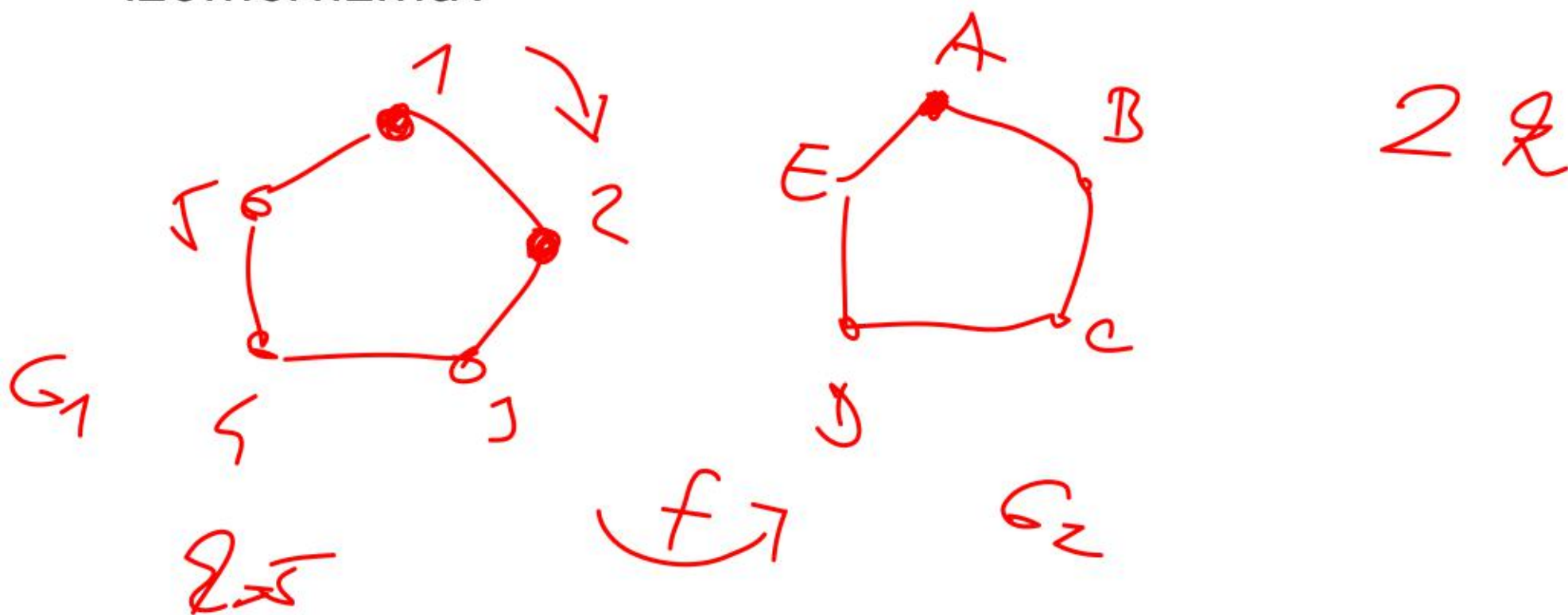
Př. 5/2: izomorfizmy grafů

Určete počet izomorfizmů mezi grafy G_1 a G_2 .



Př. 5/1: izomorfizmy kružnice

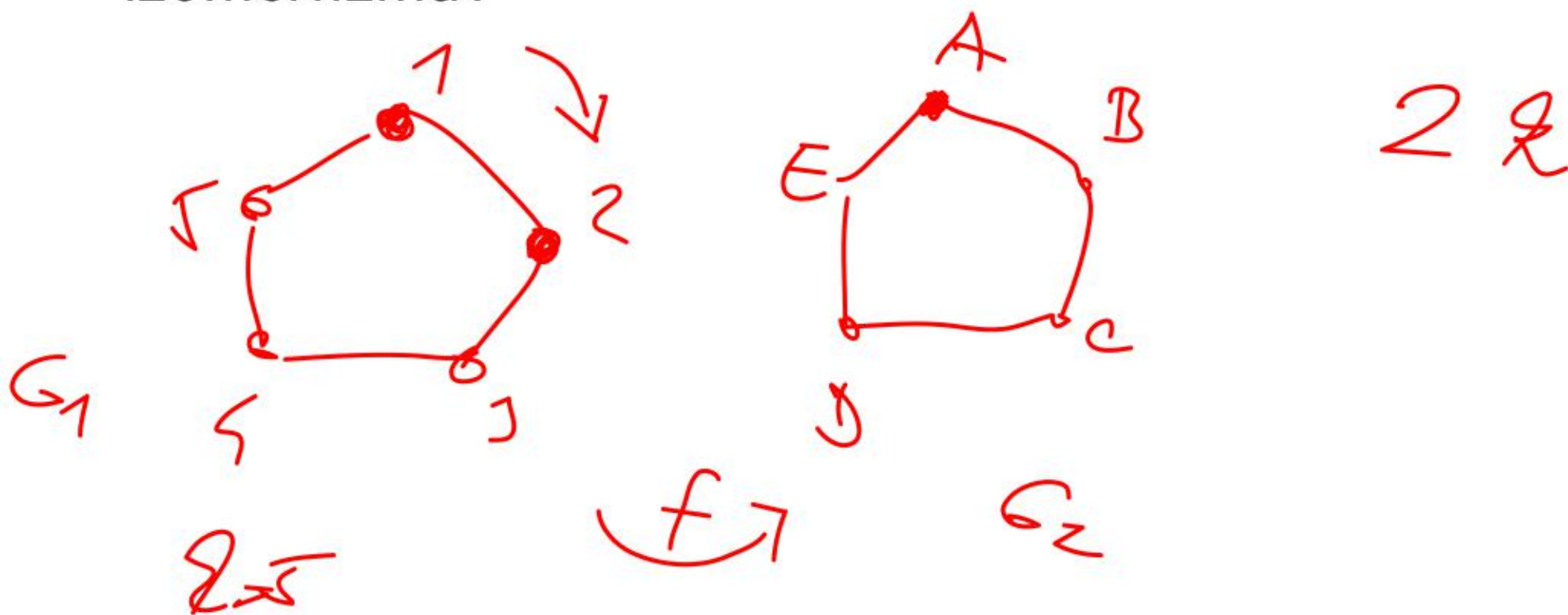
Máme dvě neorientované kružnice stejné délky $k > 2$. Kolik mezi nimi existuje izomorfizmů?



Yes	12	100%
No	0	130%/39

Př. 5/1: izomorfizmy kružnice

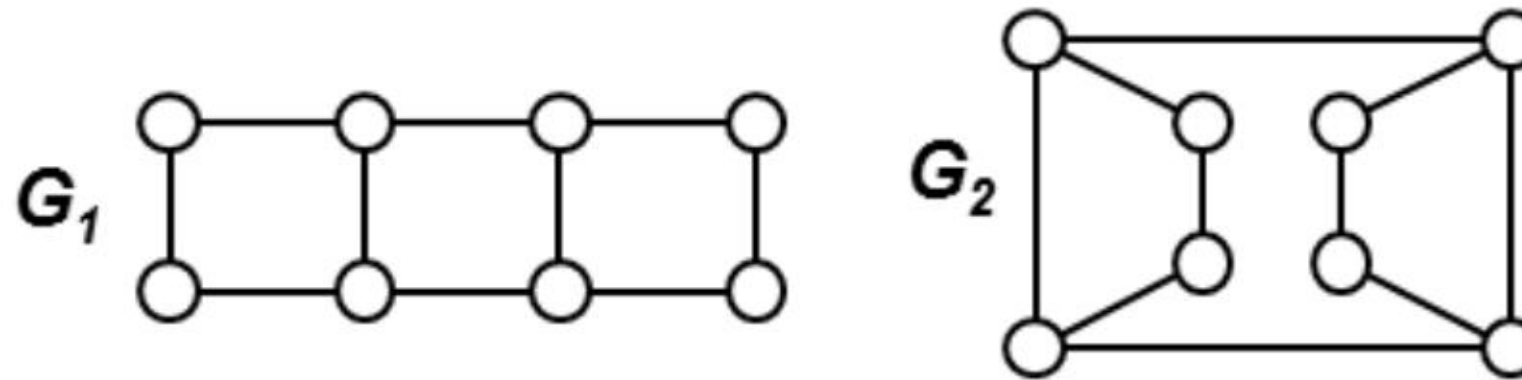
Máme dvě neorientované kružnice stejné délky $k > 2$. Kolik mezi nimi existuje izomorfizmů?



Yes	12	100%
No	0	130%/39

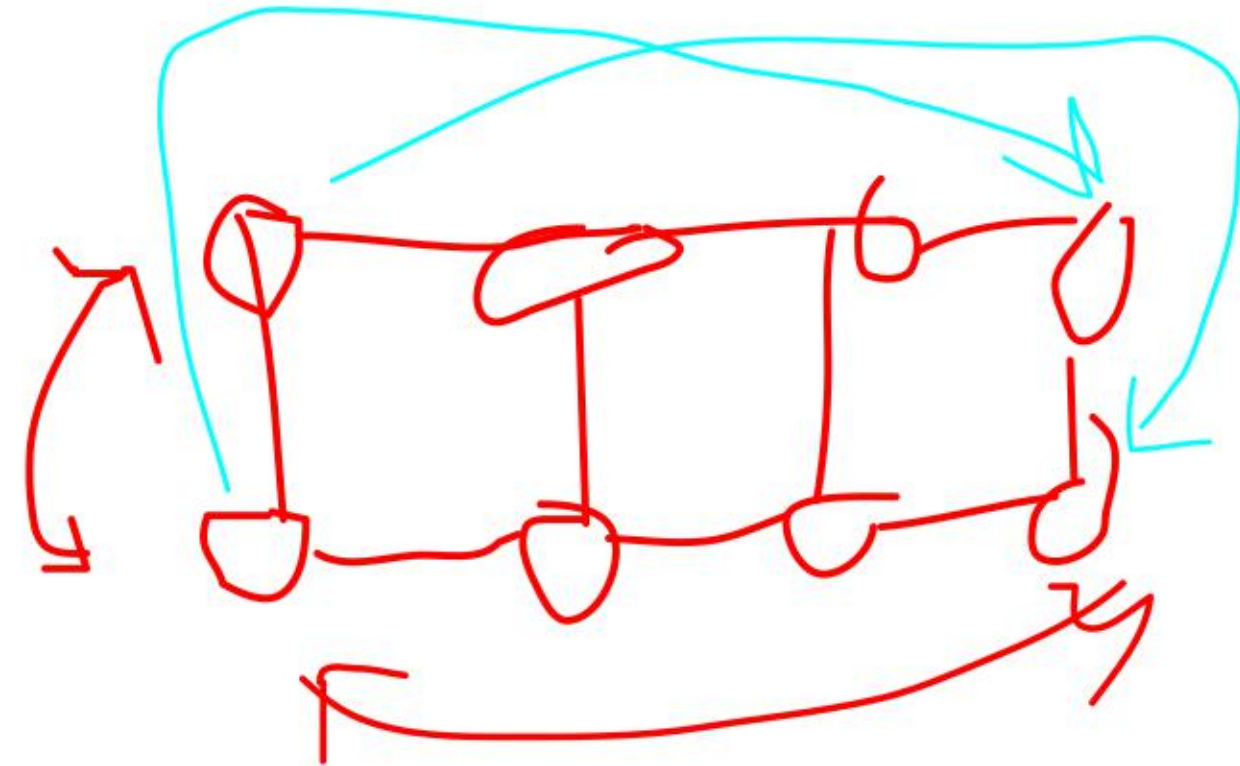
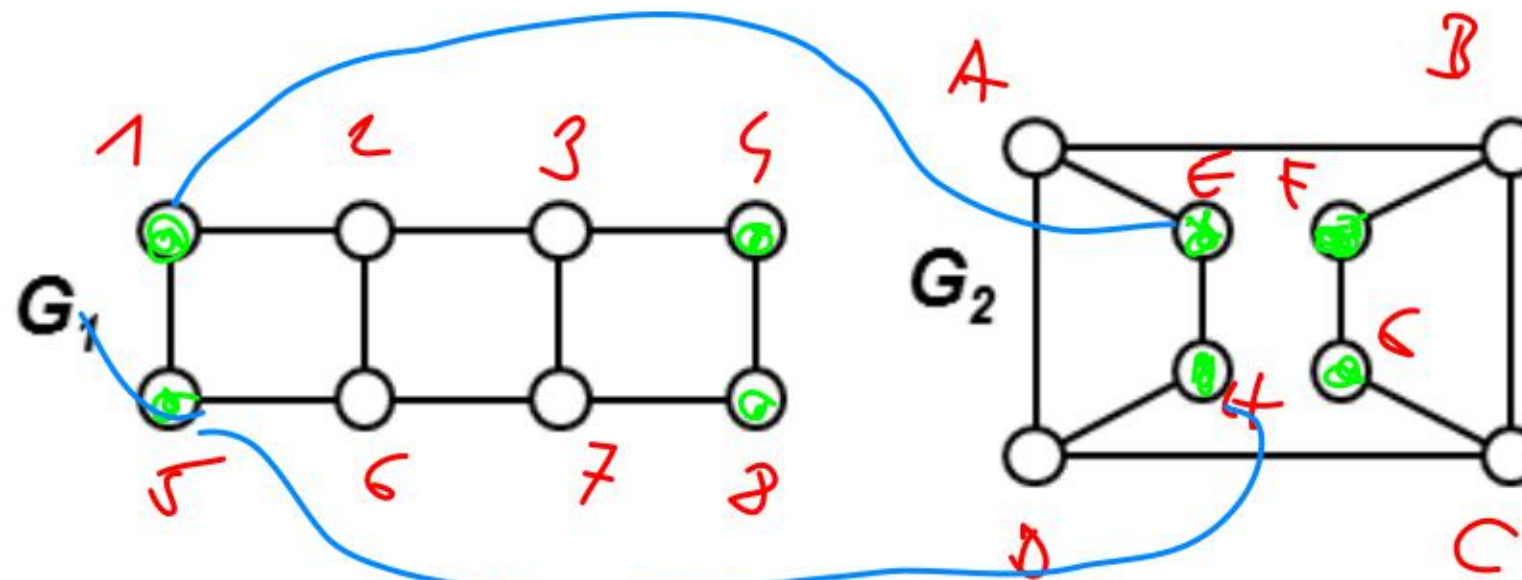
Př. 5/2: izomorfizmy grafů

Určete počet izomorfizmů mezi grafy G_1 a G_2 .



Př. 5/2: izomorfizmy grafů

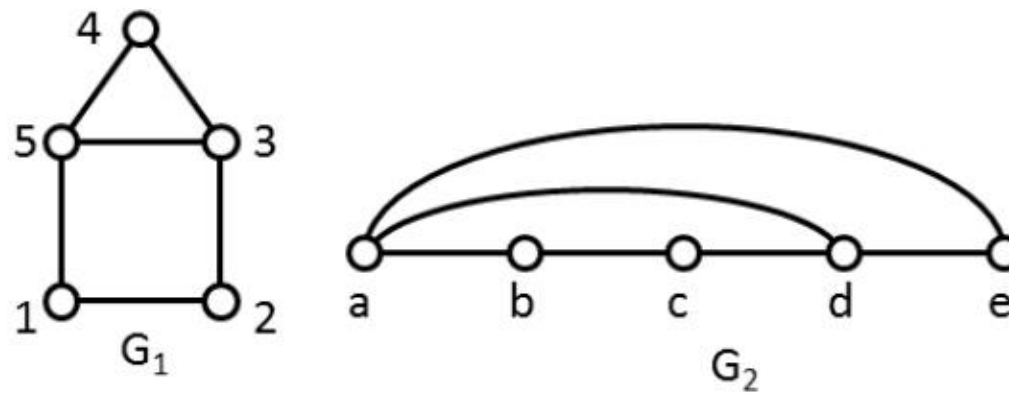
Určete počet izomorfizmů mezi grafy G_1 a G_2 .



Yes 12 100%
No 0 150%/39

Př. 5/3a: počet bijekcí

Kolik je takových bijekcí mezi uzly grafů G_1 a G_2 na obrázku níže, které nejsou izomorfizmy?

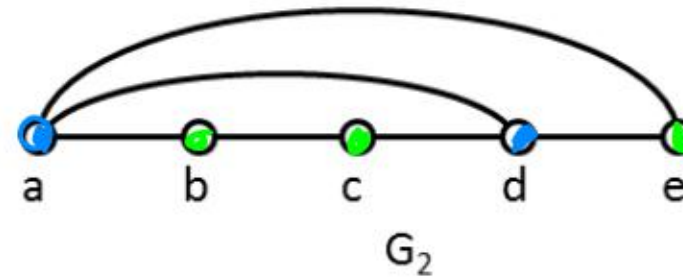
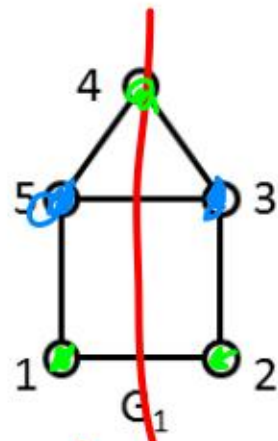


Př. 5/3a: počet bijekcí

Kolik je takových bijekcí mezi uzly grafů G1 a G2 na obrázku níže, které nejsou izomorfizmy?

1 a 5
2 4
3 3
4 2
5 1

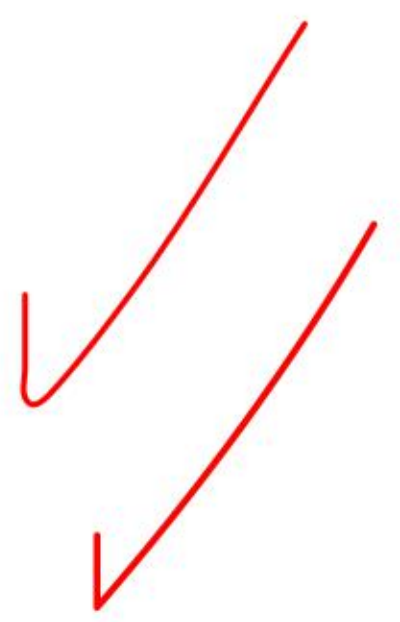
bijekcí n!



izom., 2

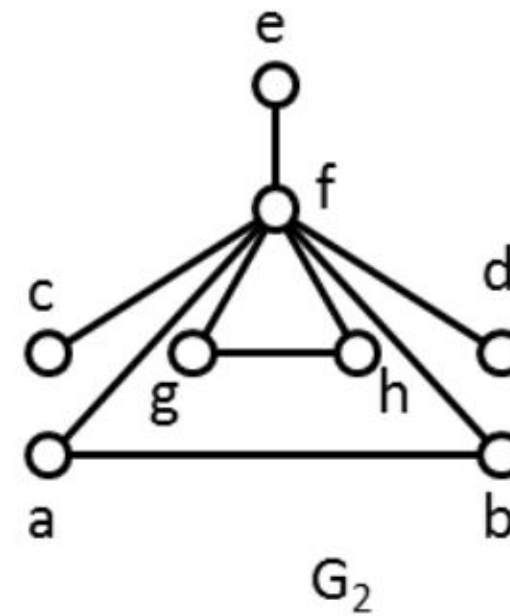
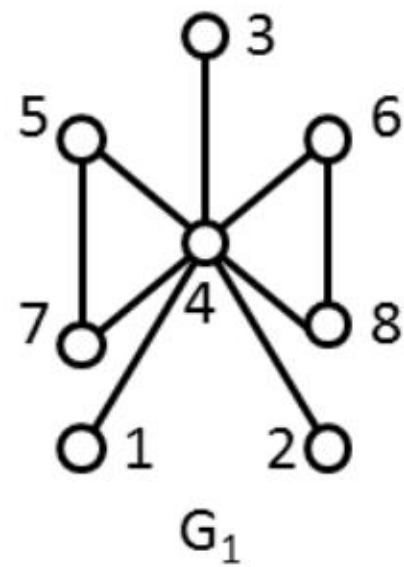
$$5 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 - 2 = 78$$

8



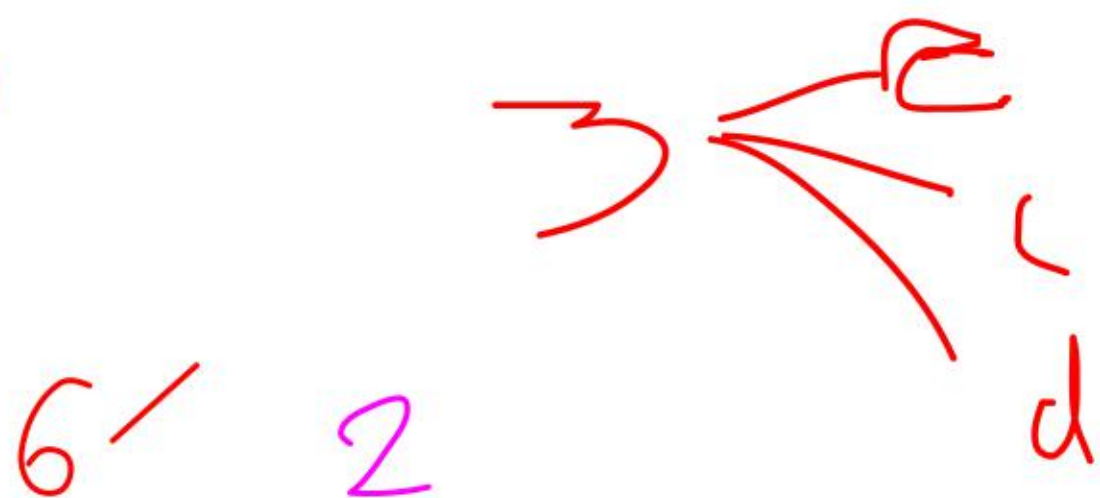
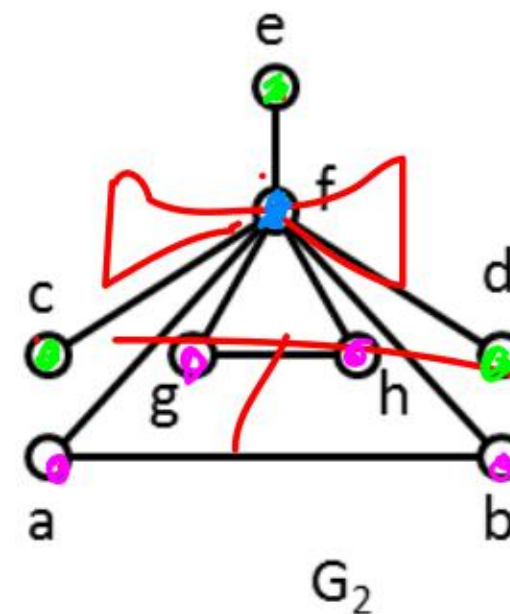
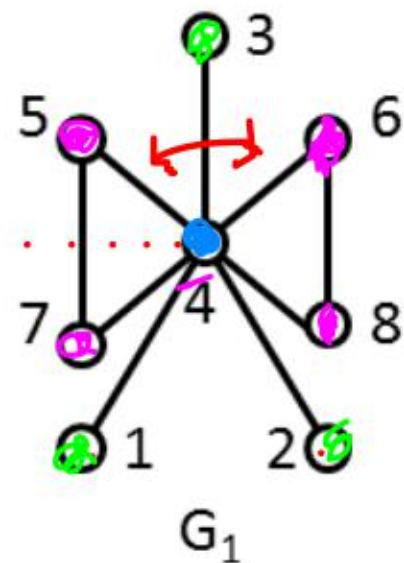
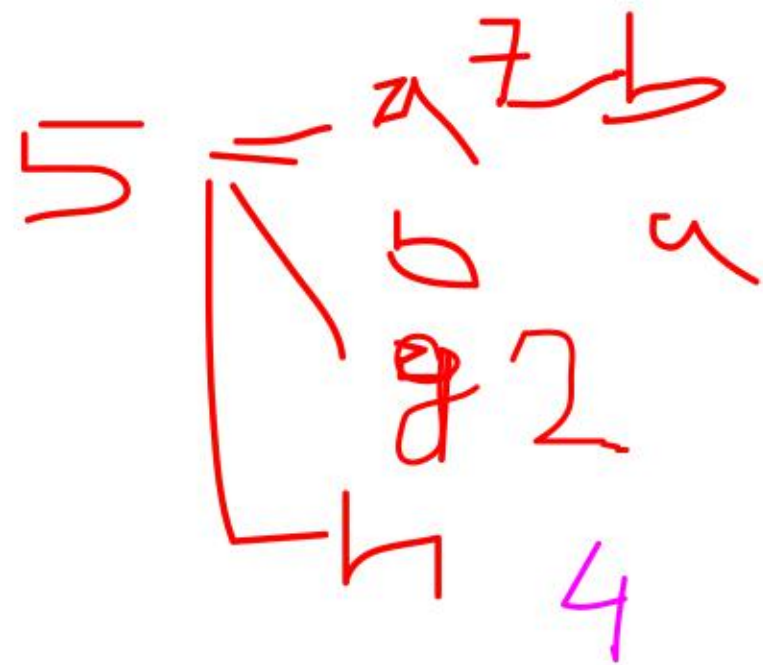
Př. 5/3b: počet bijekcí

Kolik je takových bijekcí mezi uzly grafů G_1 a G_2 na obrázku níže, které nejsou izomorfizmy?



Př. 5/3b: počet bijekcí

Kolik je takových bijekcí mezi uzly grafů G_1 a G_2 na obrázku níže, které nejsou izomorfizmy?



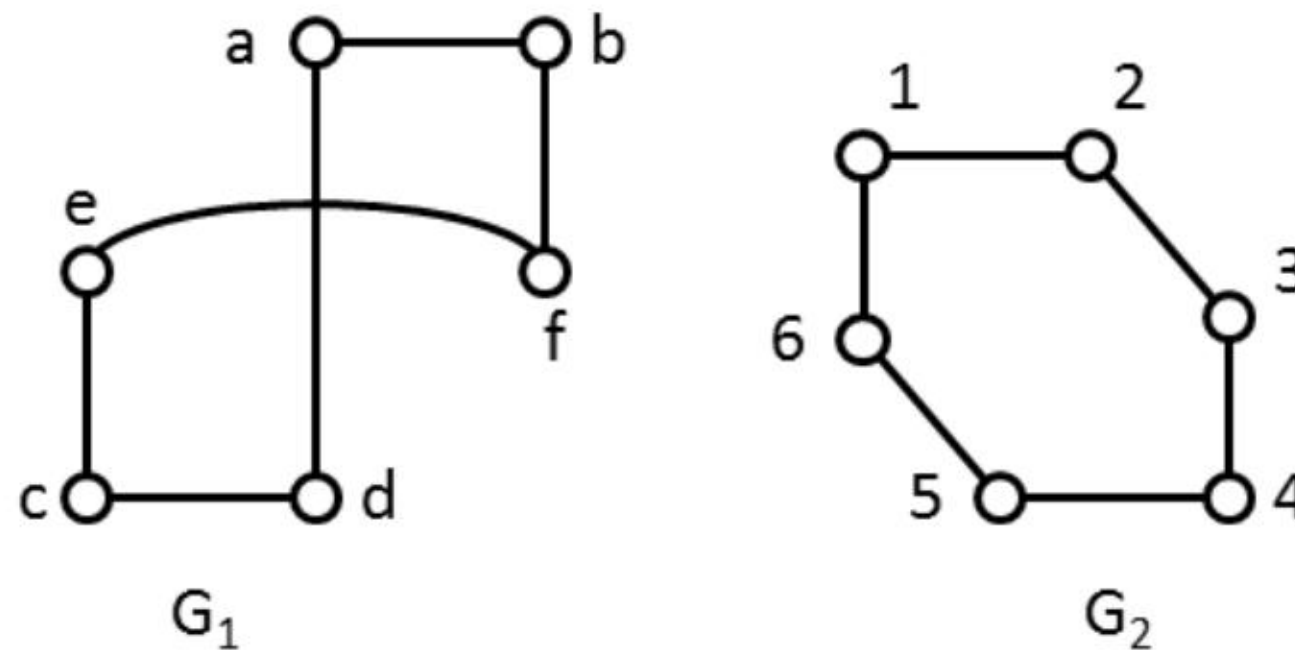
$6! \cdot 2 \cdot d$

$2 \cdot 1 -$

$\left. \begin{array}{l} 1, 2, 3 \quad 3! \\ 5, 7 \quad 2 \\ 6, 8 \quad 2 \end{array} \right\} 48 \quad 8! - 48$

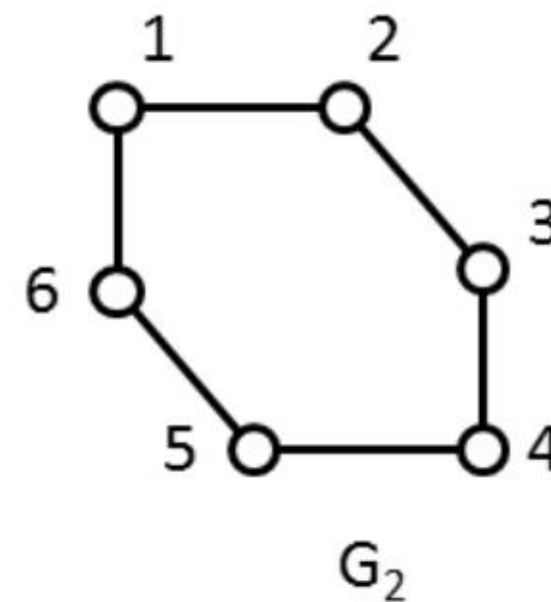
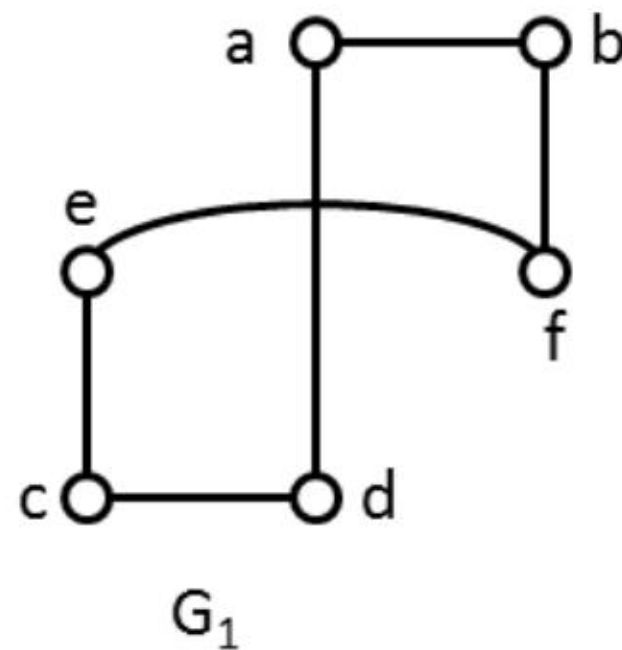
Př. 5/3c: počet bijekcí

Kolik je takových bijekcí mezi uzly grafů G_1 a G_2 na obrázku níže, které nejsou izomorfizmy?



Př. 5/3c: počet bijekcí

Kolik je takových bijekcí mezi uzly grafů G_1 a G_2 na obrázku níže, které nejsou izomorfizmy?

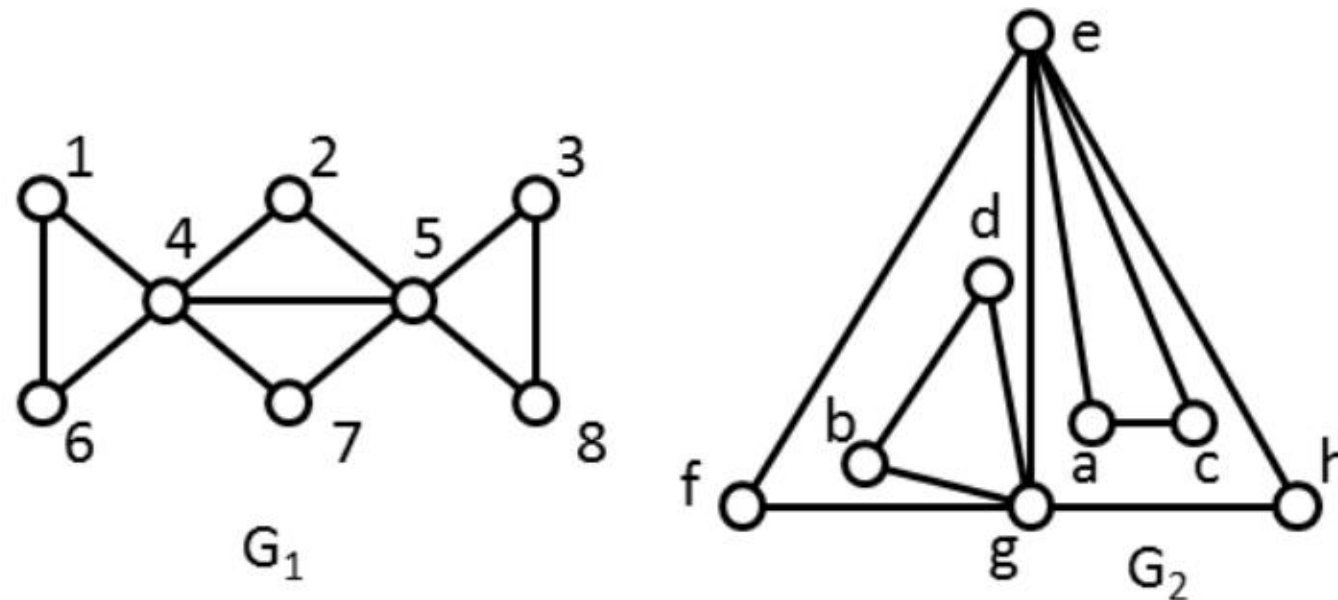


Yes	11	100%
No	0	0%

19/39

Př. 5/3d: počet bijekcí

Kolik je takových bijekcí mezi uzly grafů G_1 a G_2 na obrázku níže, které nejsou izomorfizmy?



Př. 5/4: počet bijekcí

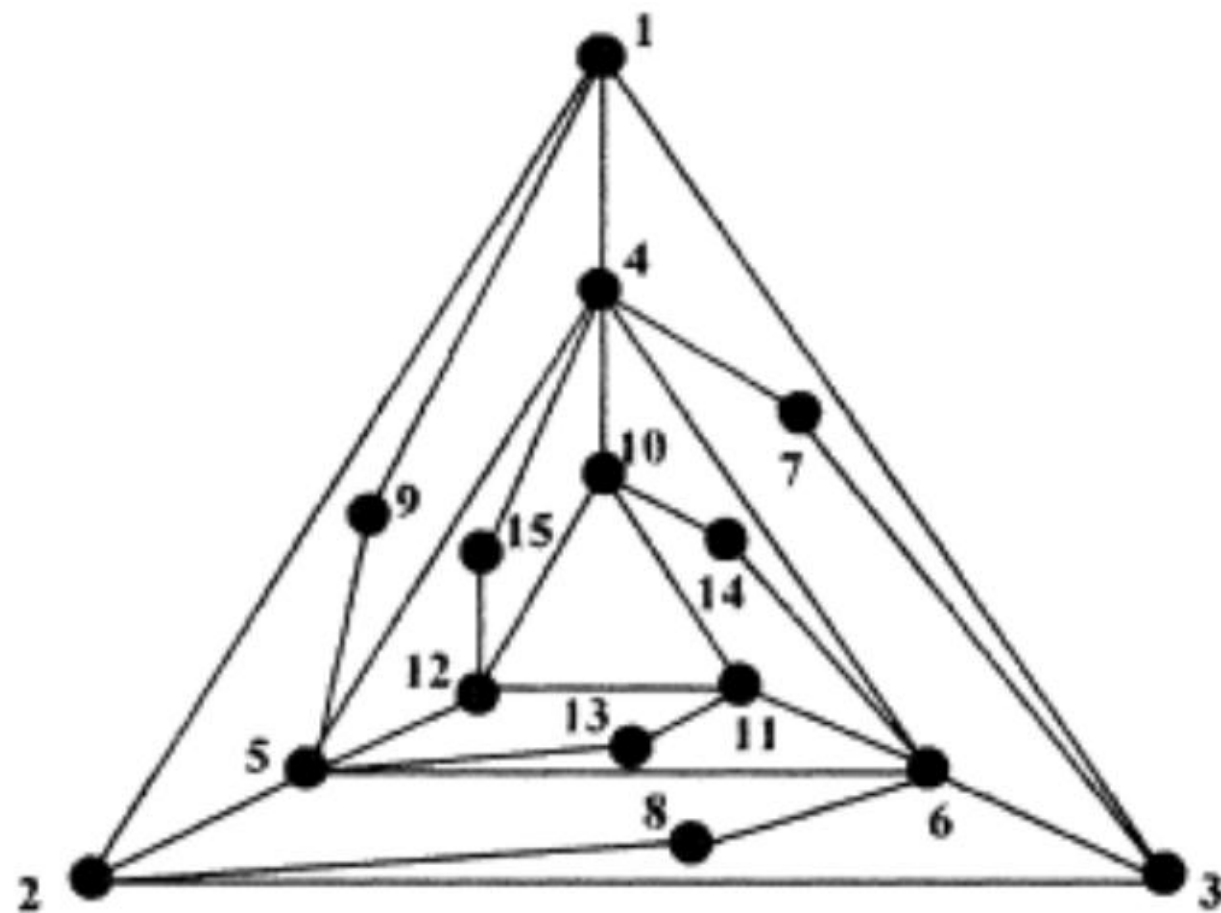
Máme dány dva neorientované grafy, každý obsahuje právě n uzlů a oba grafy mají skóre

$(n - 1, n - 2, n - 3, n - 4, \dots, n/2 + 1, n/2, n/2, n/2 - 1, n/2 - 2, \dots, 3, 2, 1)$,

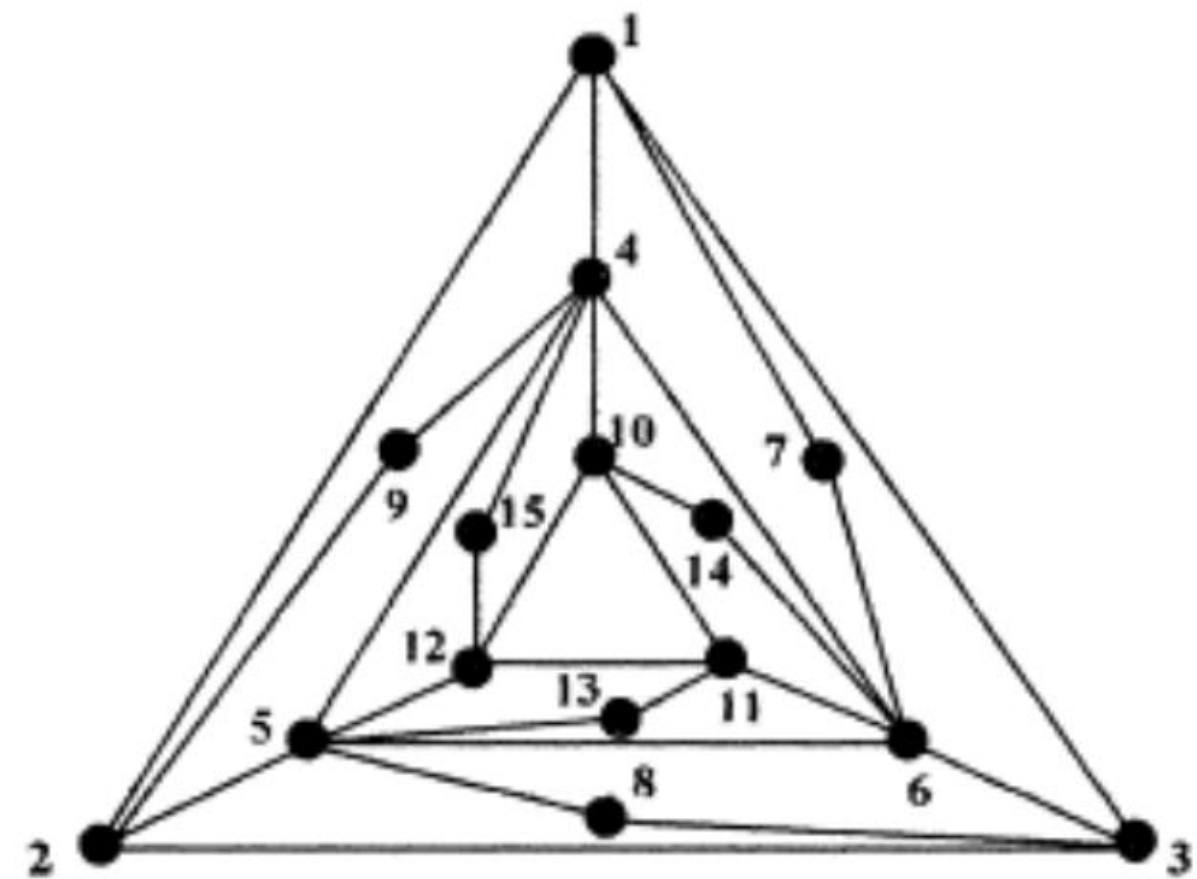
to jest skoro všechny uzly grafu mají navzájem různý stupeň, s výjimkou dvou uzlů, které mají stejný stupeň $n/2$. Jaká bude asymptotická složitost ověření izomorfizmu těchto dvou grafů v závislosti na hodnotě n ?

Př. 5/6: izomorfismus

Popište, jak budete co nejefektivněji rozhodovat, zda dva uvedené grafy jsou nebo nejsou izomorfní.



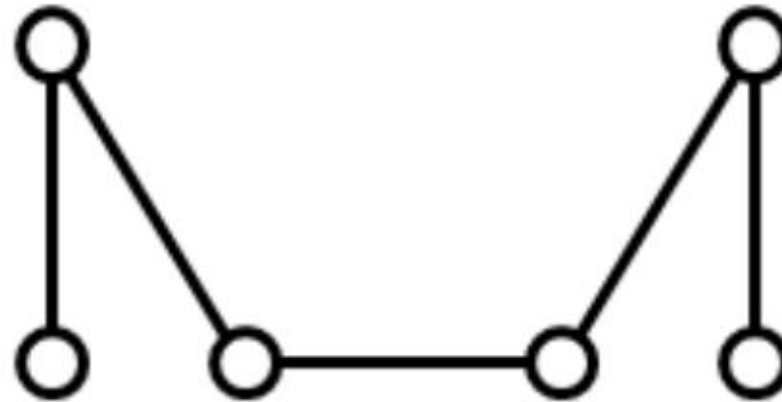
(a)



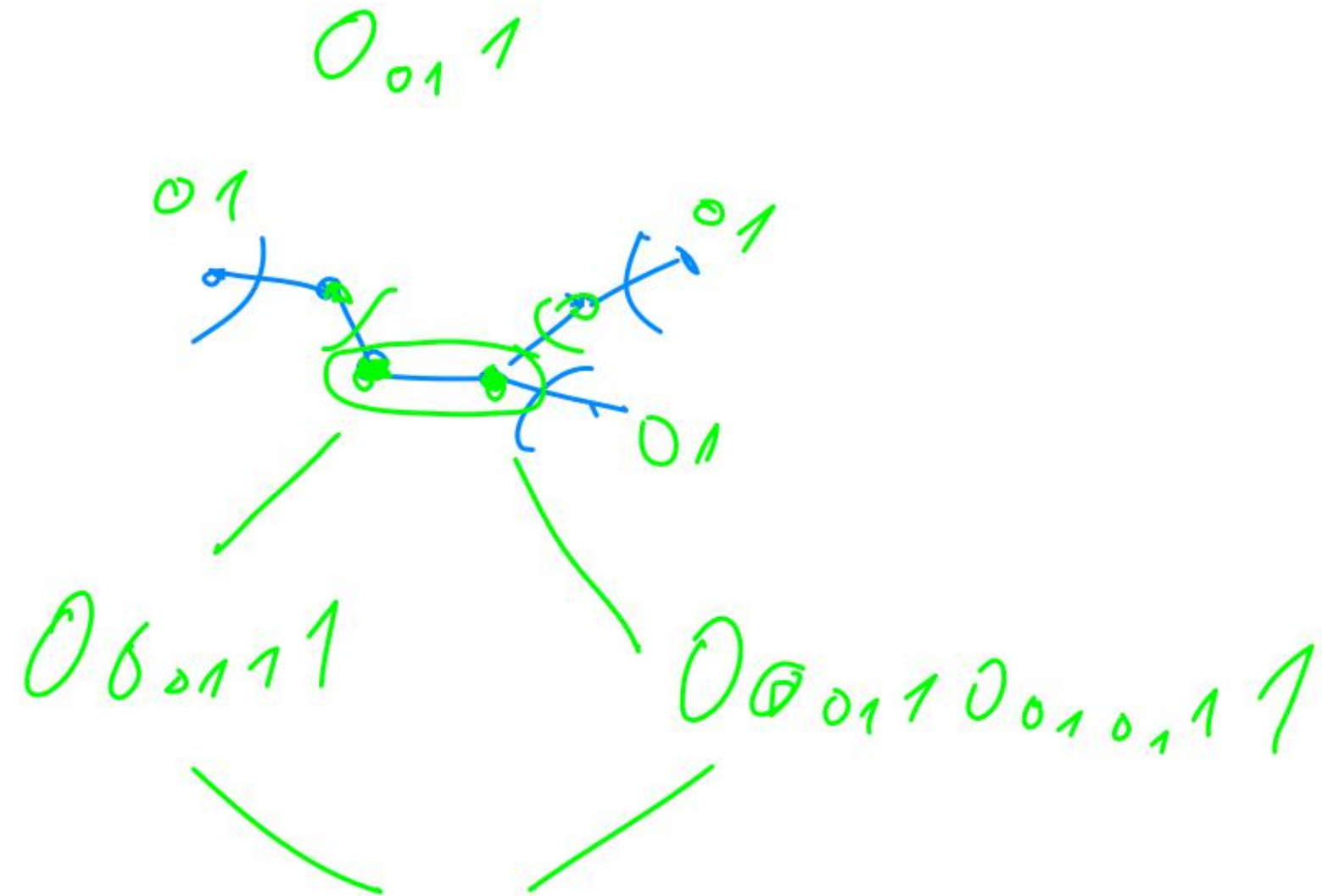
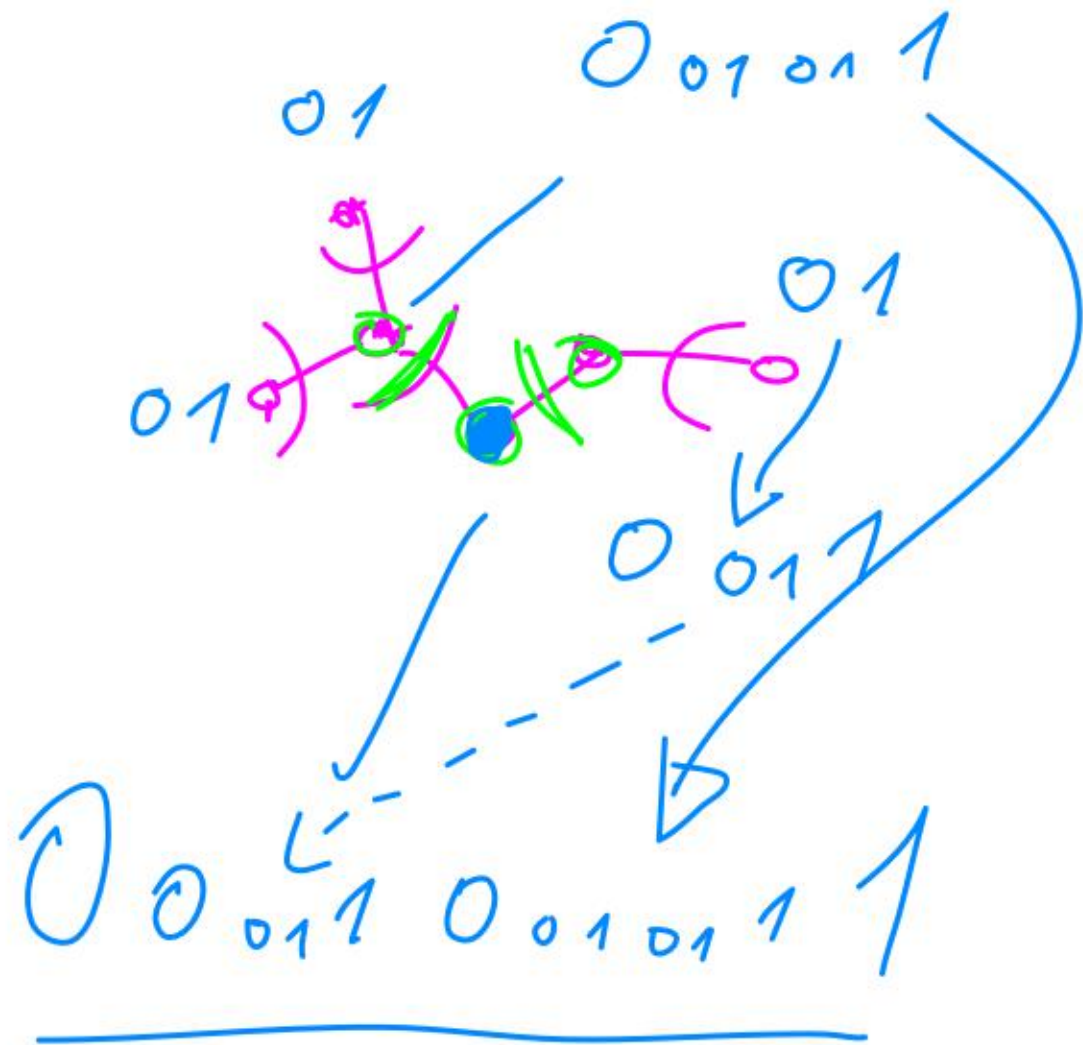
(b)

Př. 5/7a: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.

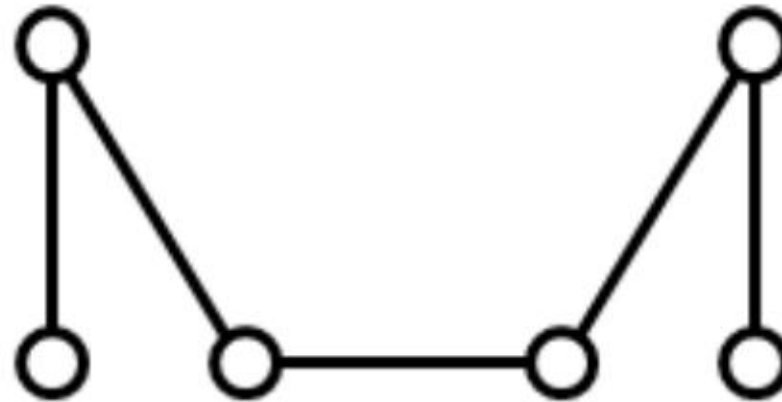


Certifikáty stromů



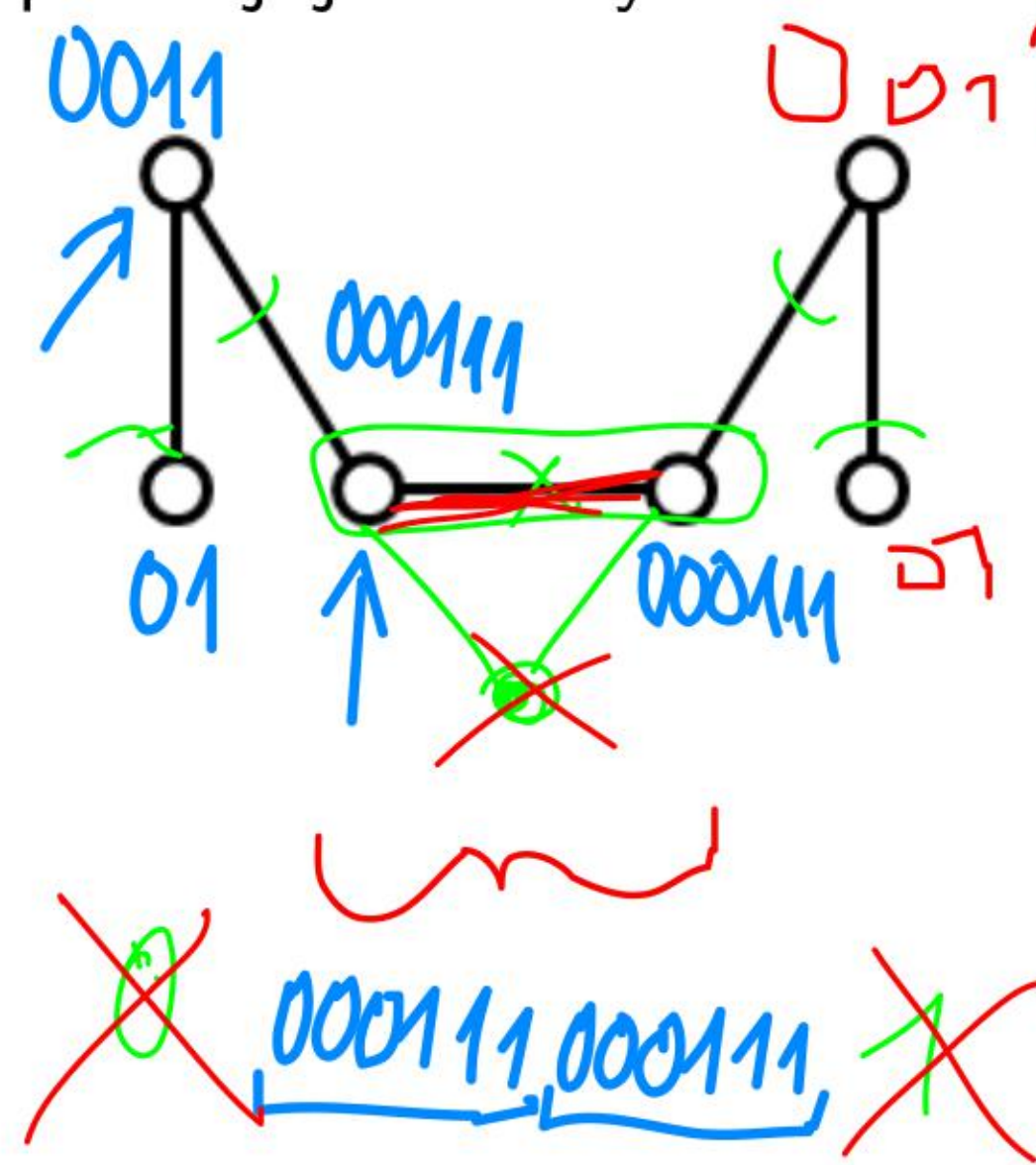
Př. 5/7a: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



Př. 5/7a: tvorba certifikátu

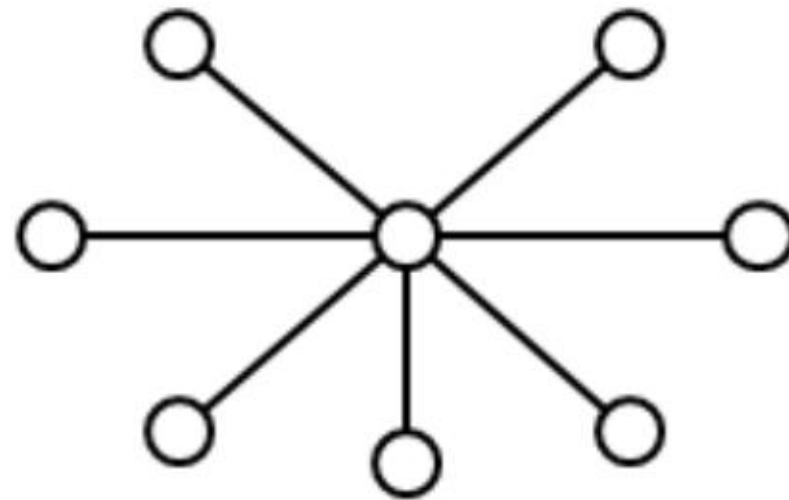
Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



ach
↑
soj
.
ach
b
ach ..

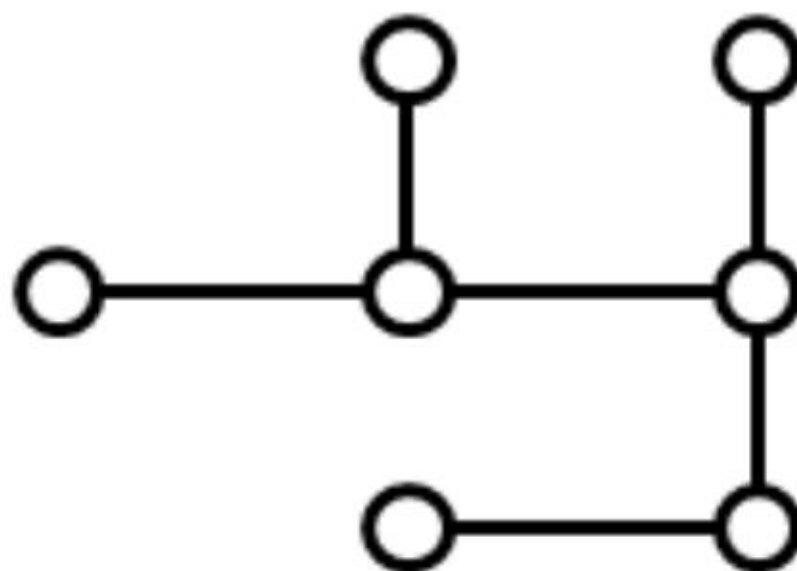
Př. 5/7b: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



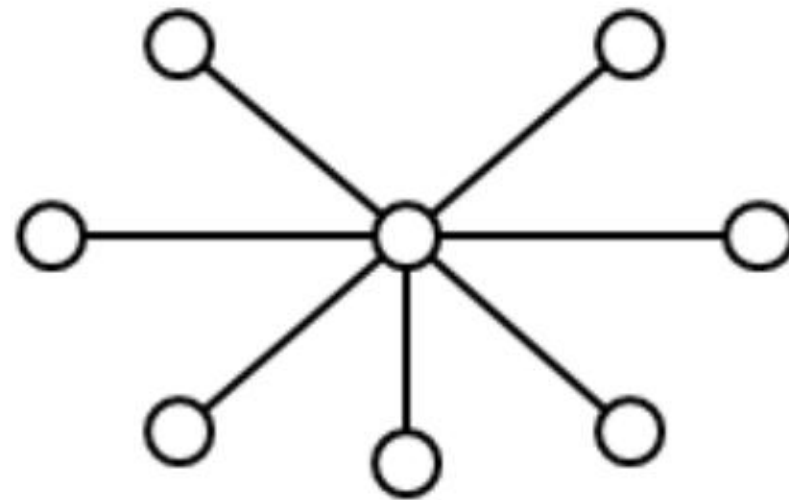
Př. 5/7c: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



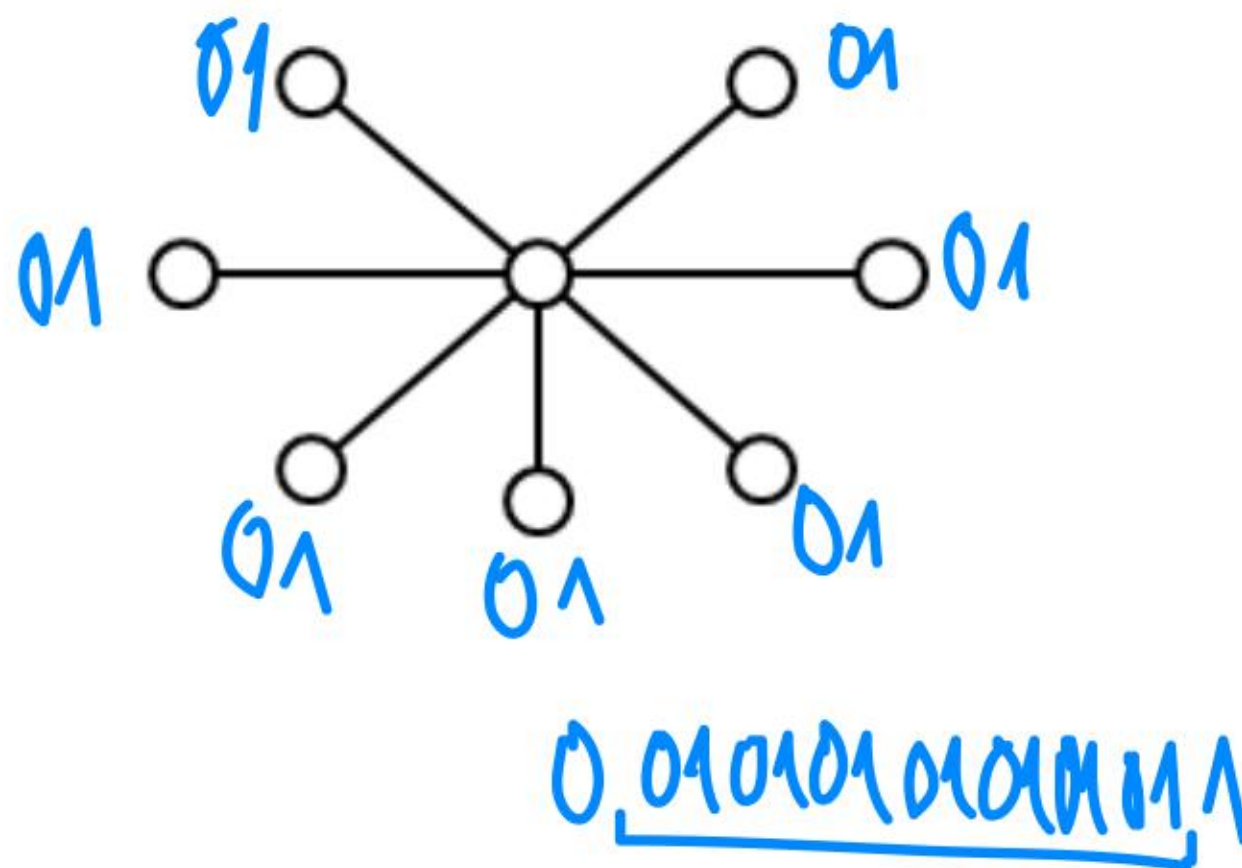
Př. 5/7b: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



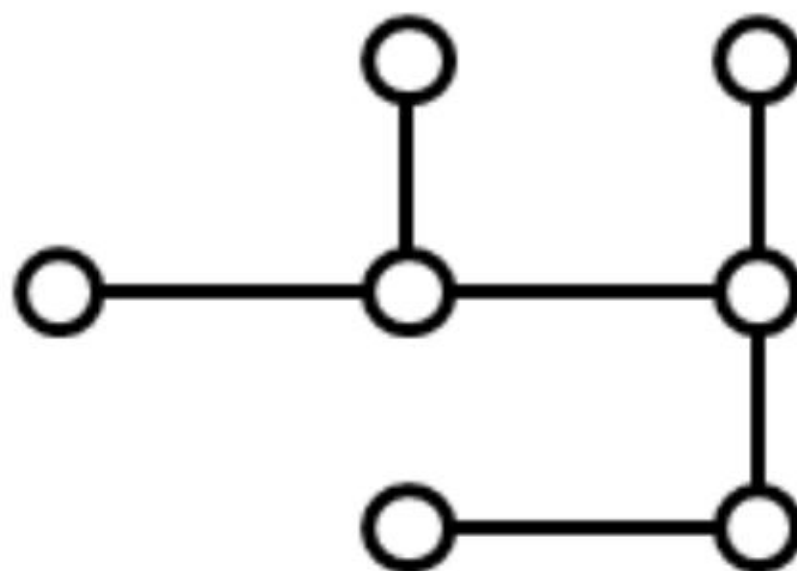
Př. 5/7b: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



Př. 5/7c: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



Př. 5/7d: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



Př. 5/8ab: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

- a) 0101
- b) 0001010110010111
- c) 00010110010110010111
- d) 000001011100111000010111

Př. 5/8c: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

c) 00010110010110010111

Př. 5/8ab: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

- a) 0101
- b) 0001010110010111
- c) 00010110010110010111
- d) 000001011100111000010111

Př. 5/8ab: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

a) 0101

b) 0001010110010111

c) 00010110010110010111

d) 000001011100111000010111



0 = ↗

1 = ↓

01, 01



0 01011



Yes	9	100%
No	0	31 0% 39

Př. 5/8c: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

c) 00010110010110010111

Př. 5/8ab: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

a) 0101

b) 0001010110010111

c) 00010110010110010111

d) 000001011100111000010111



0 = ↗

1 = ↓



Yes	9	100%
No	0	310%/39

Př. 5/8ab: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

a) 0101

b) 0001010110010111

c) 00010110010110010111

d) 000001011100111000010111



0 = ↗

1 = ↓

01, 01



0 01011



Yes	9	100%
No	0	31 0% / 39

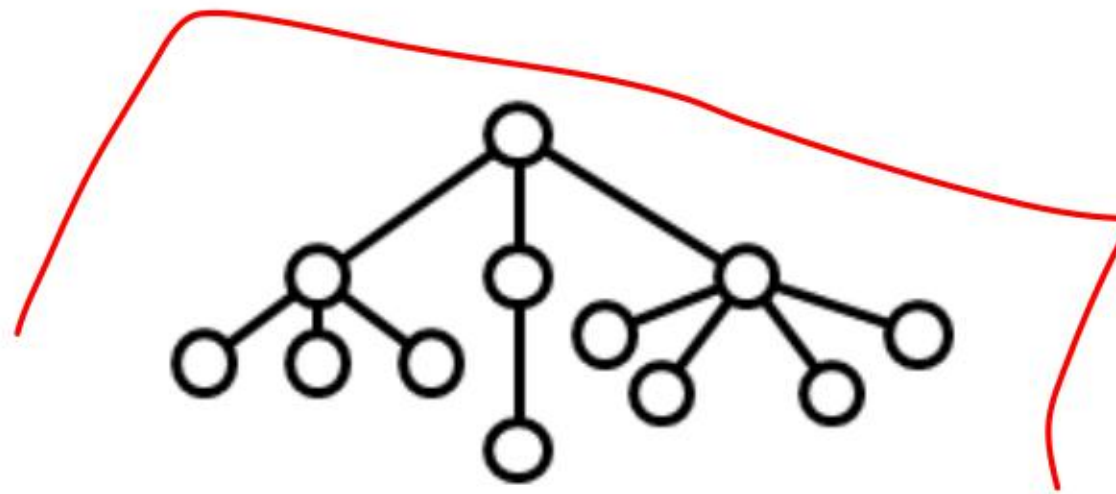
Př. 5/7d: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



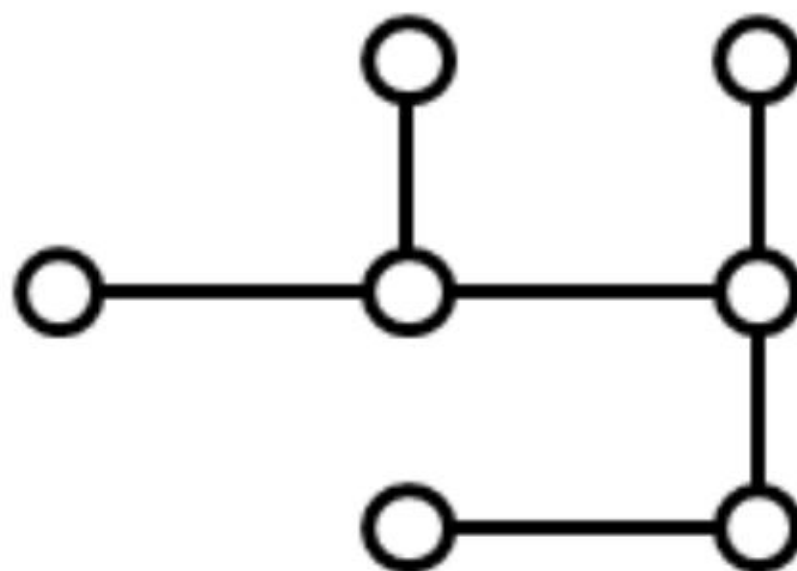
Př. 5/7d: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



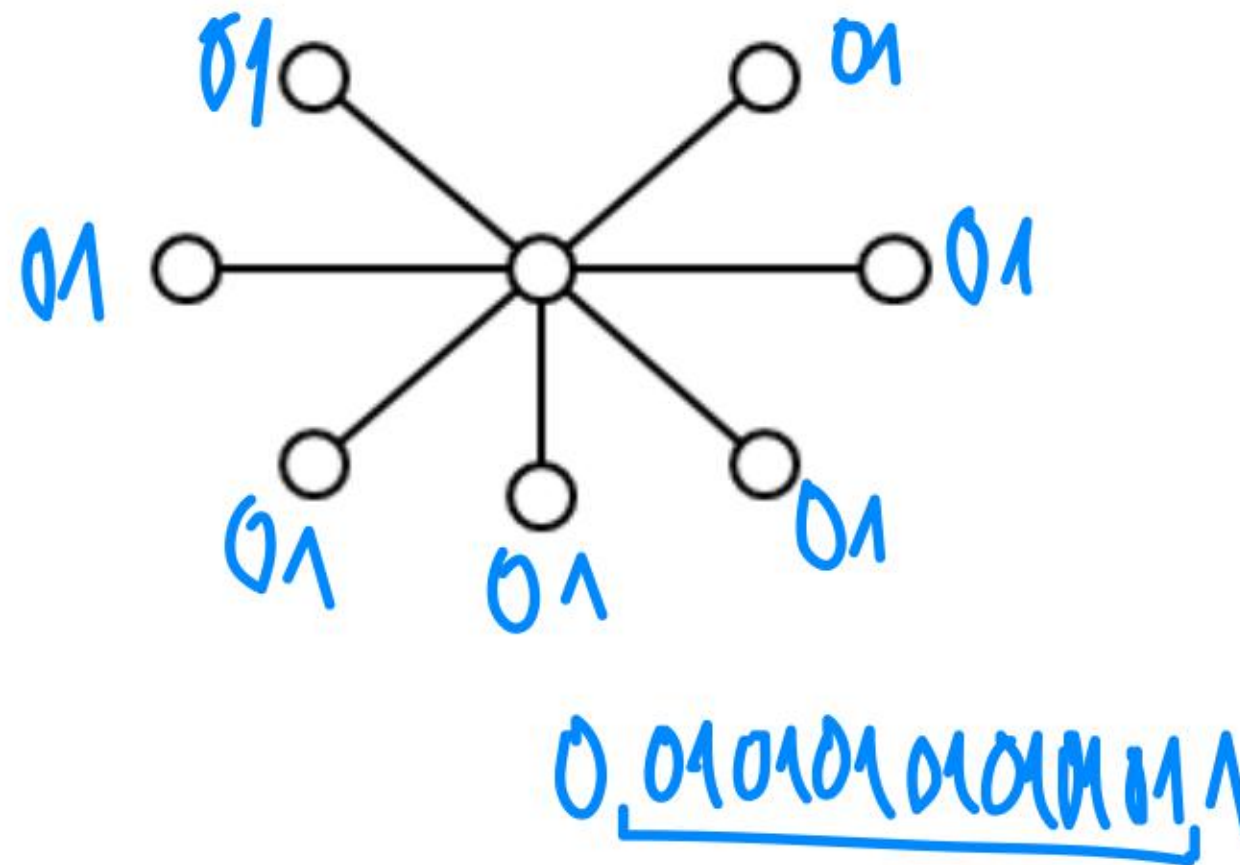
Př. 5/7c: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



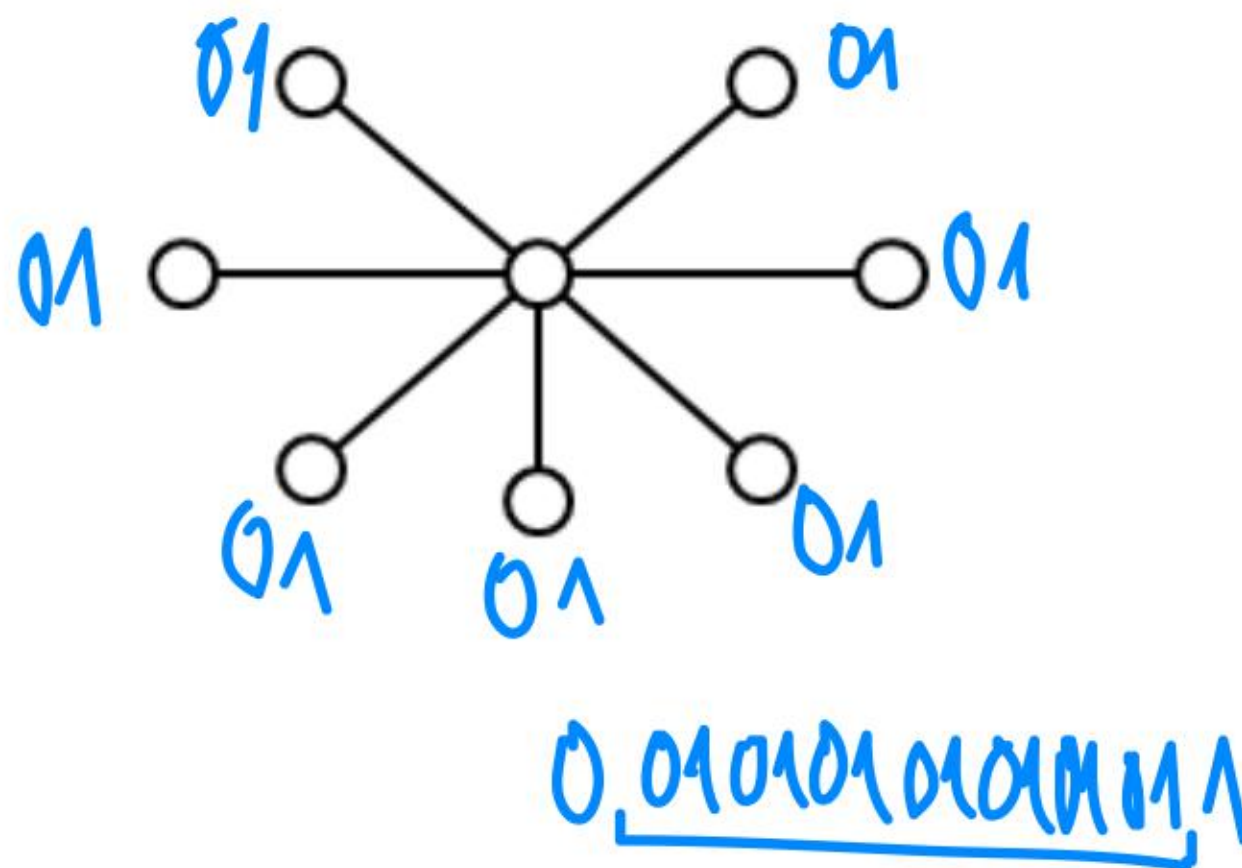
Př. 5/7b: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



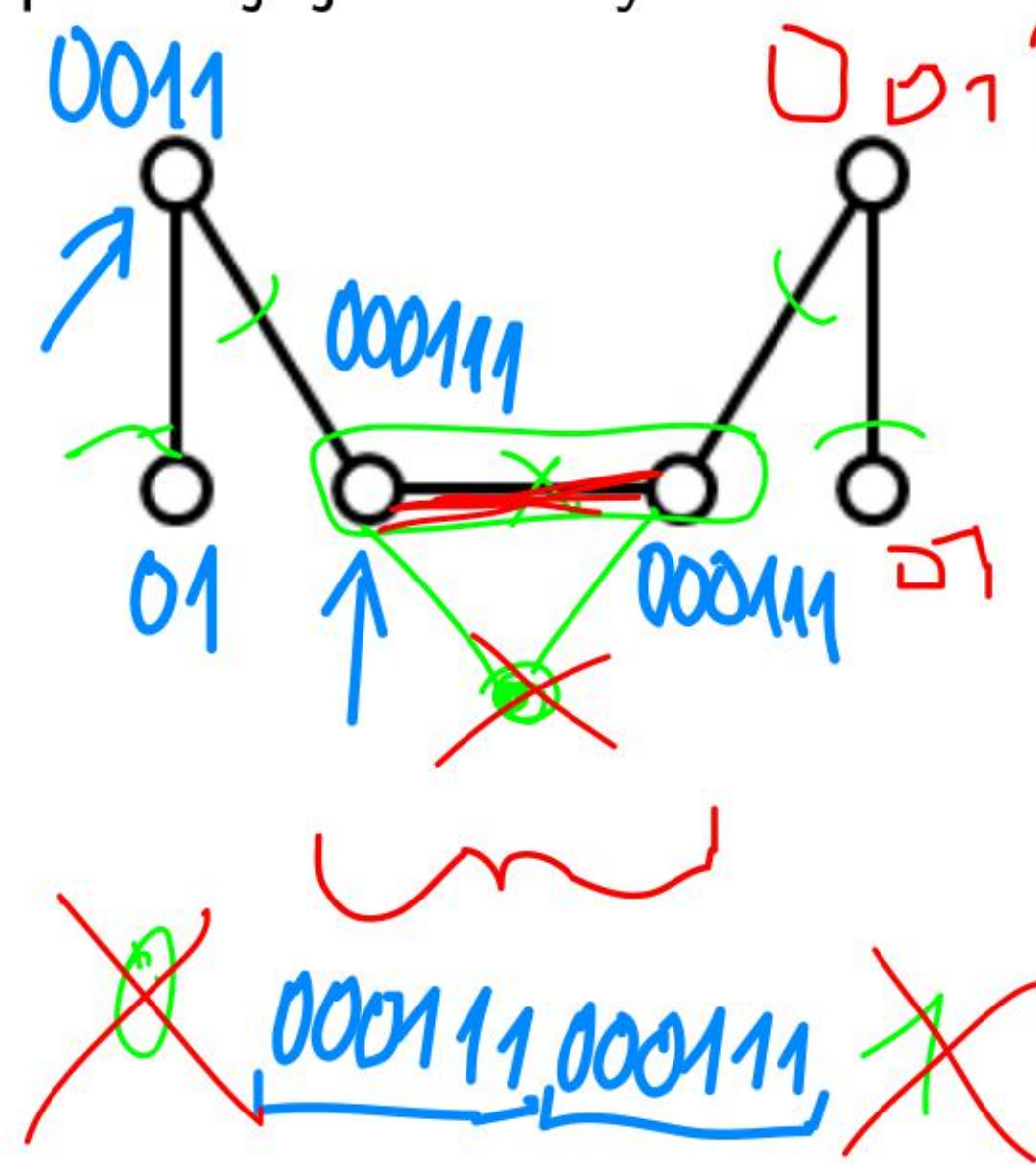
Př. 5/7b: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



Př. 5/7a: tvorba certifikátu

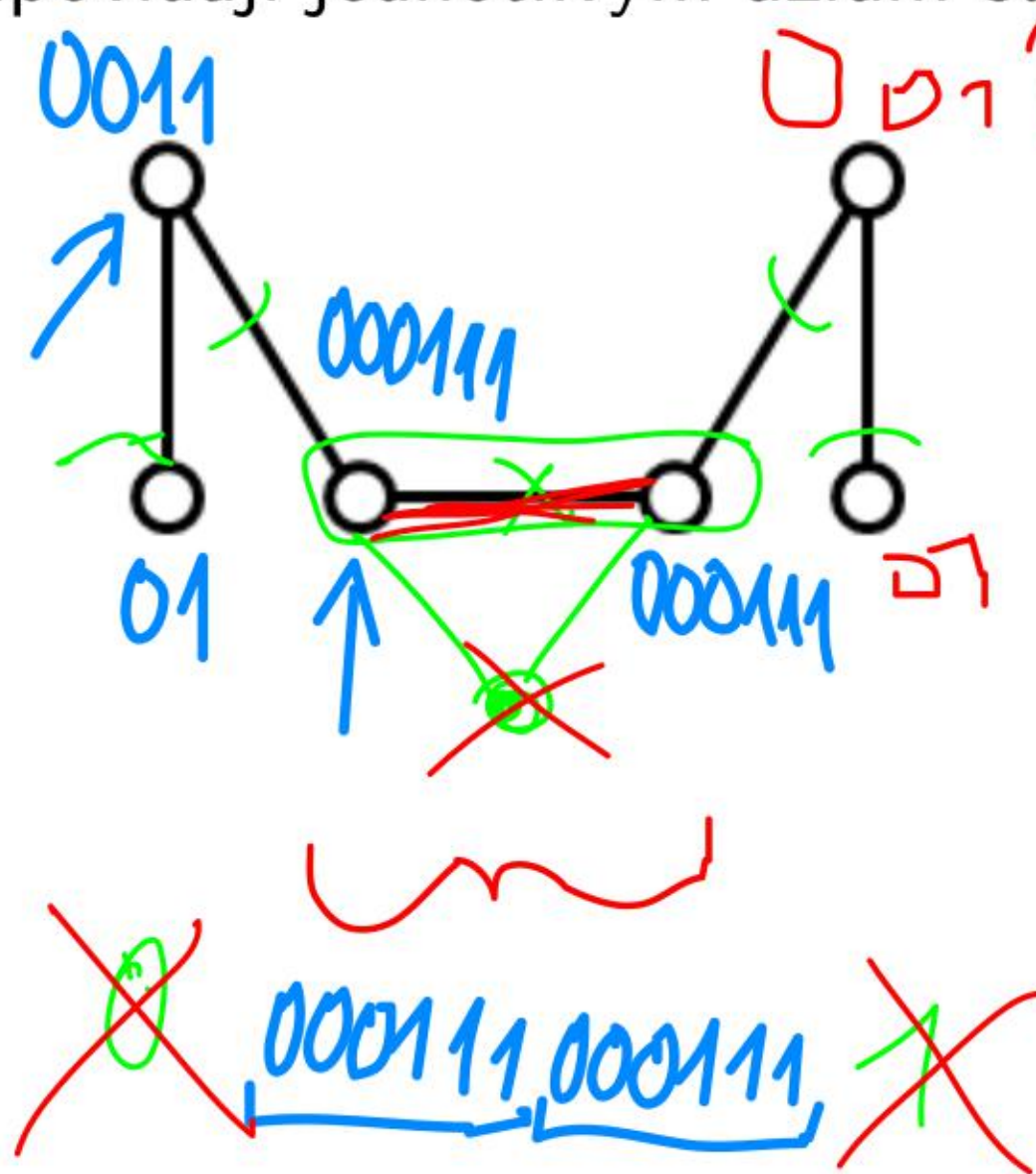
Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



ach
↑
soj
.
ach
b
ach ..

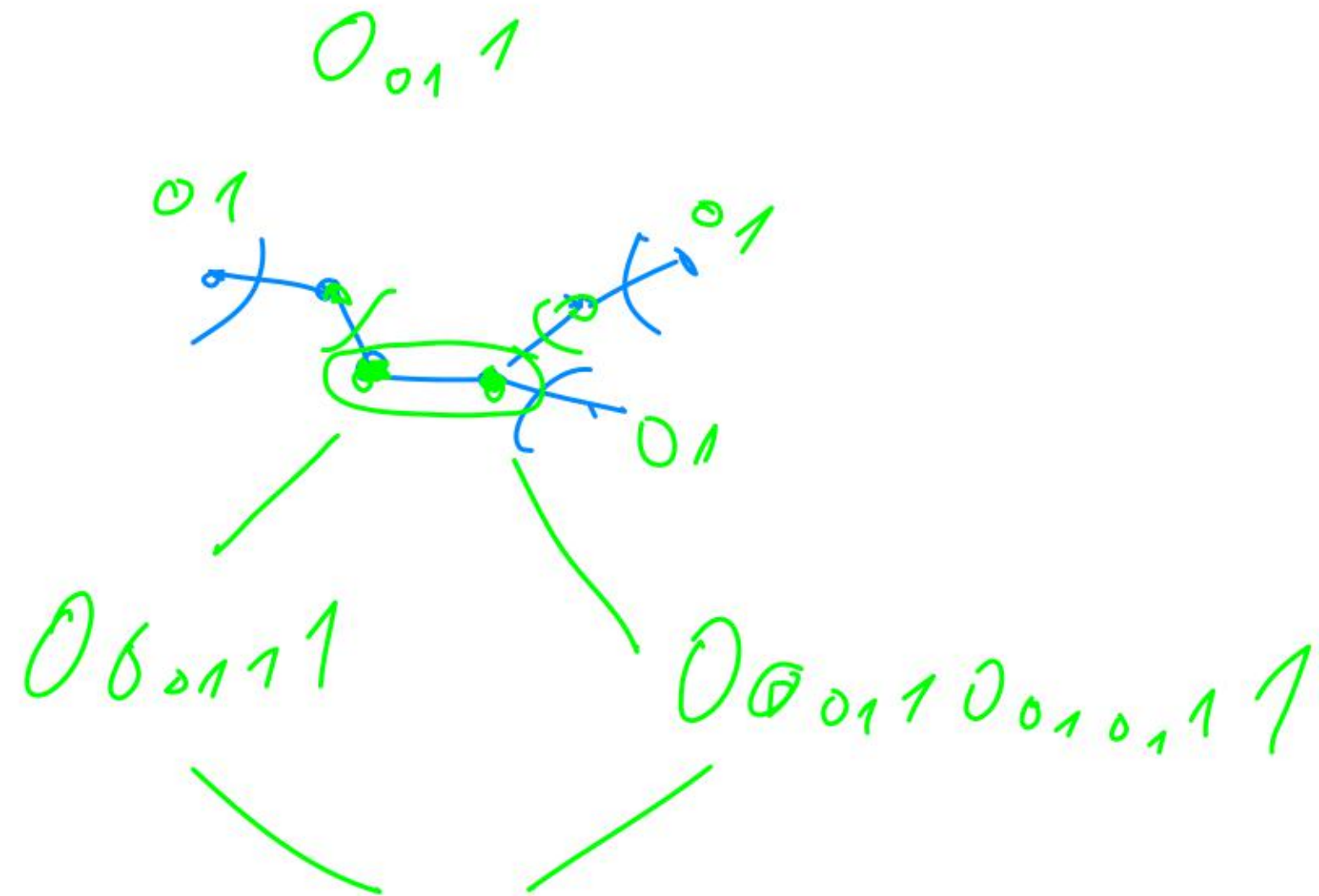
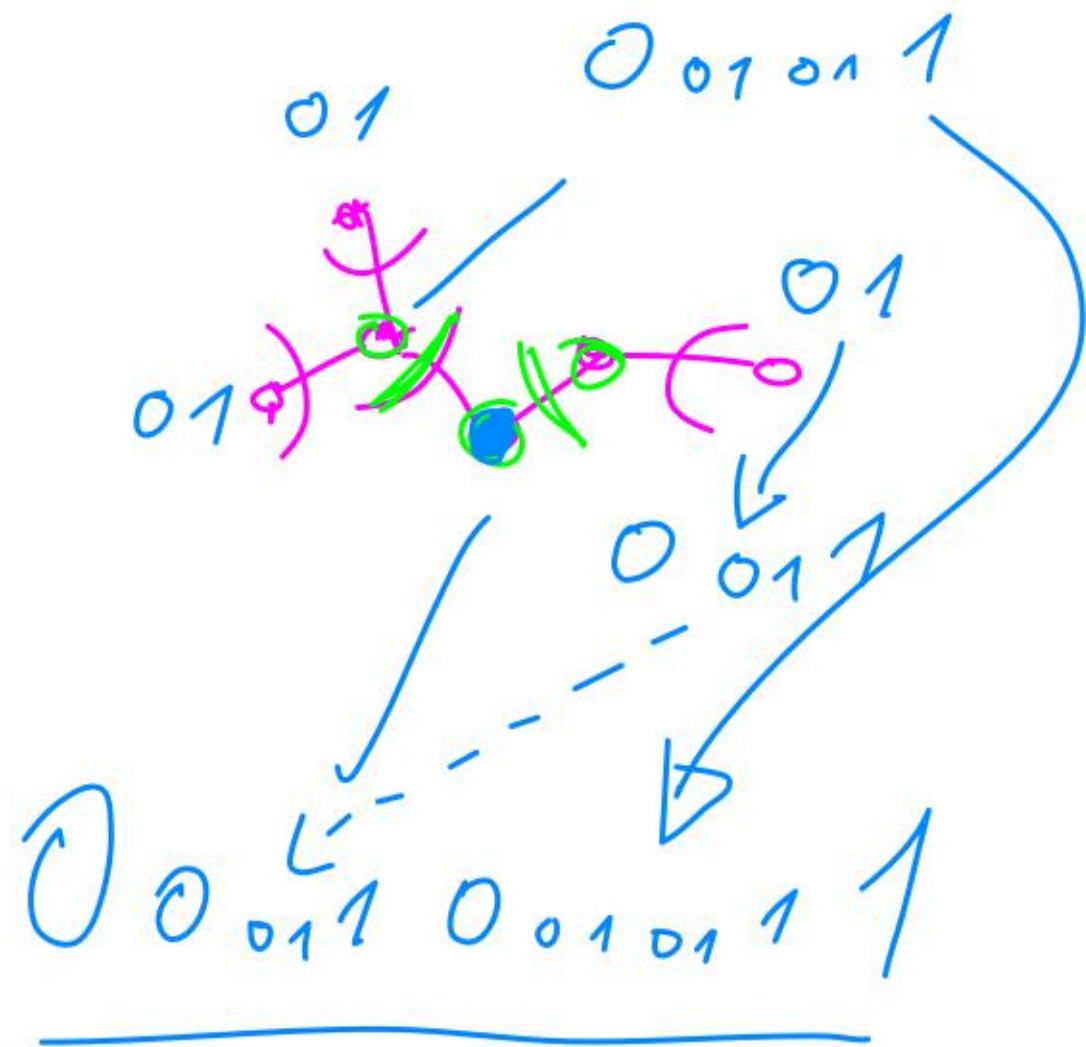
Př. 5/7a: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.

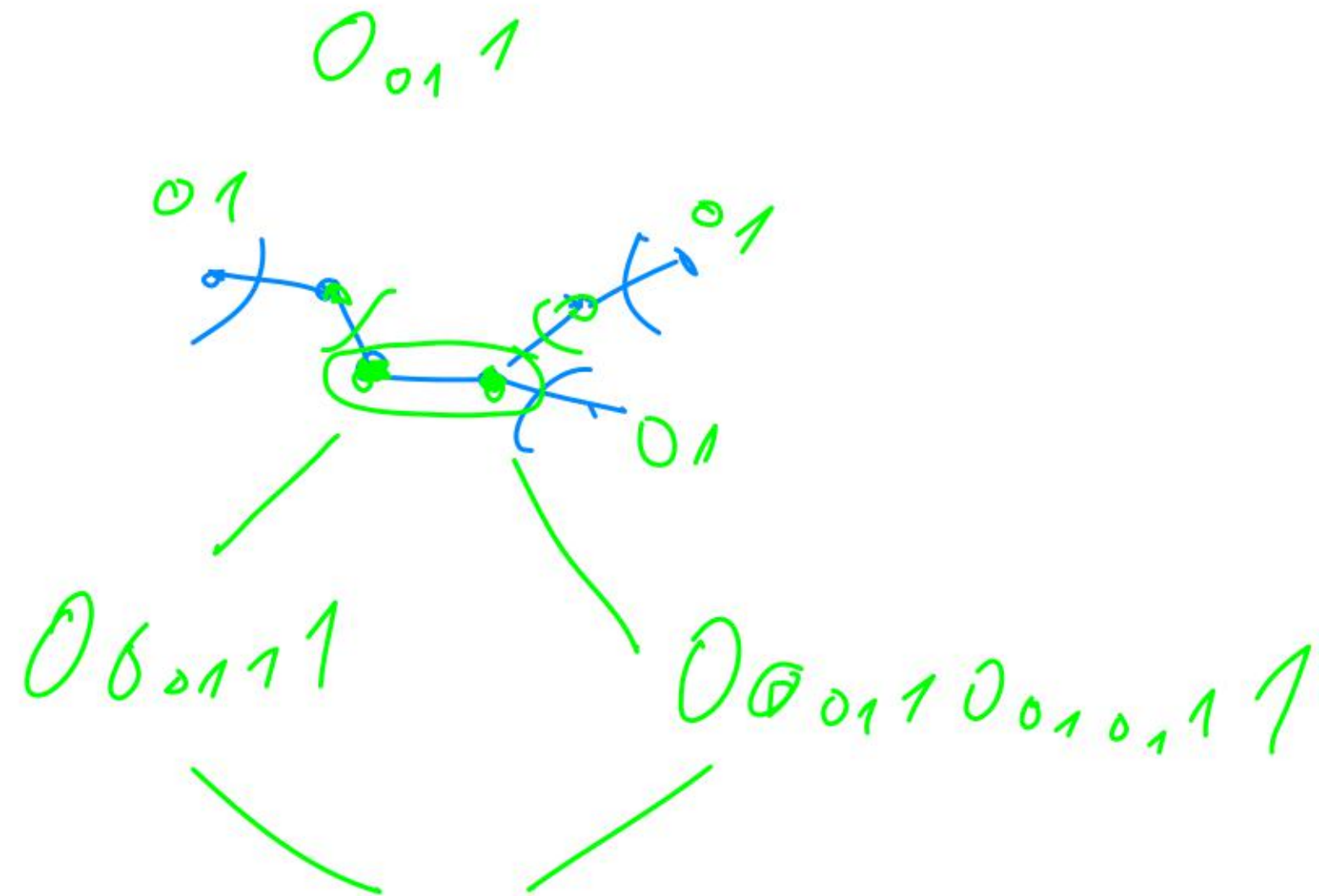
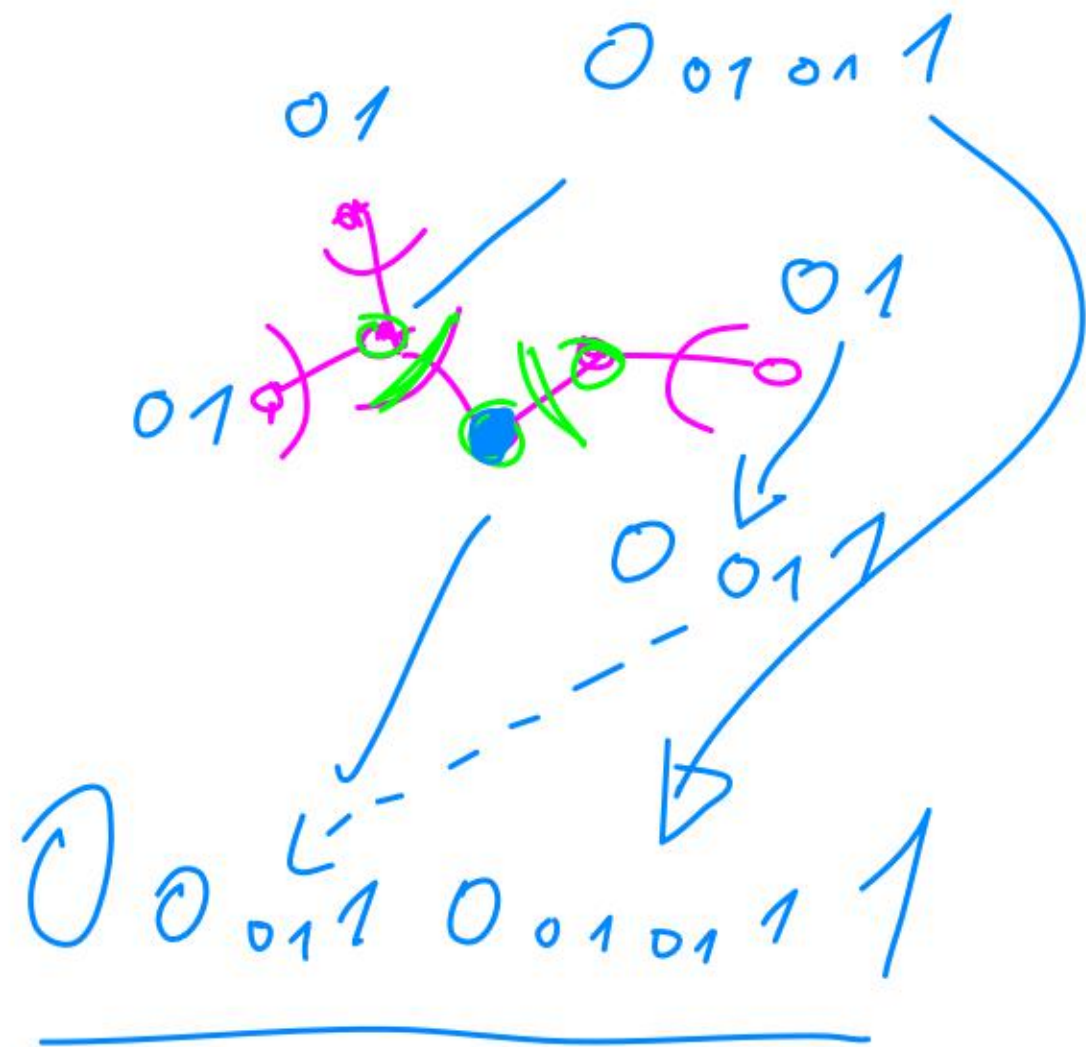


a ch
↑
b o j
.
a ch
a ch
b
a ch ..

Certifikáty stromů

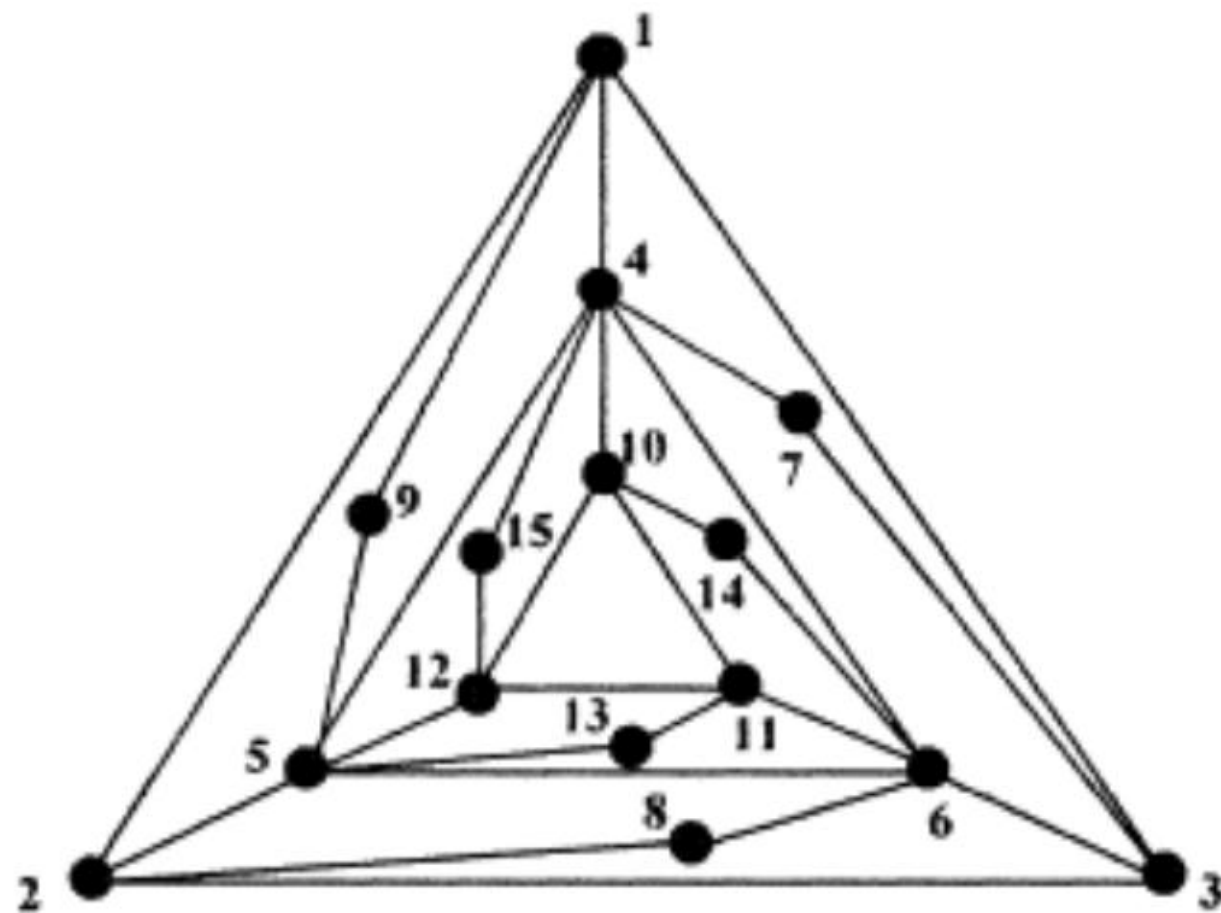


Certifikáty stromů

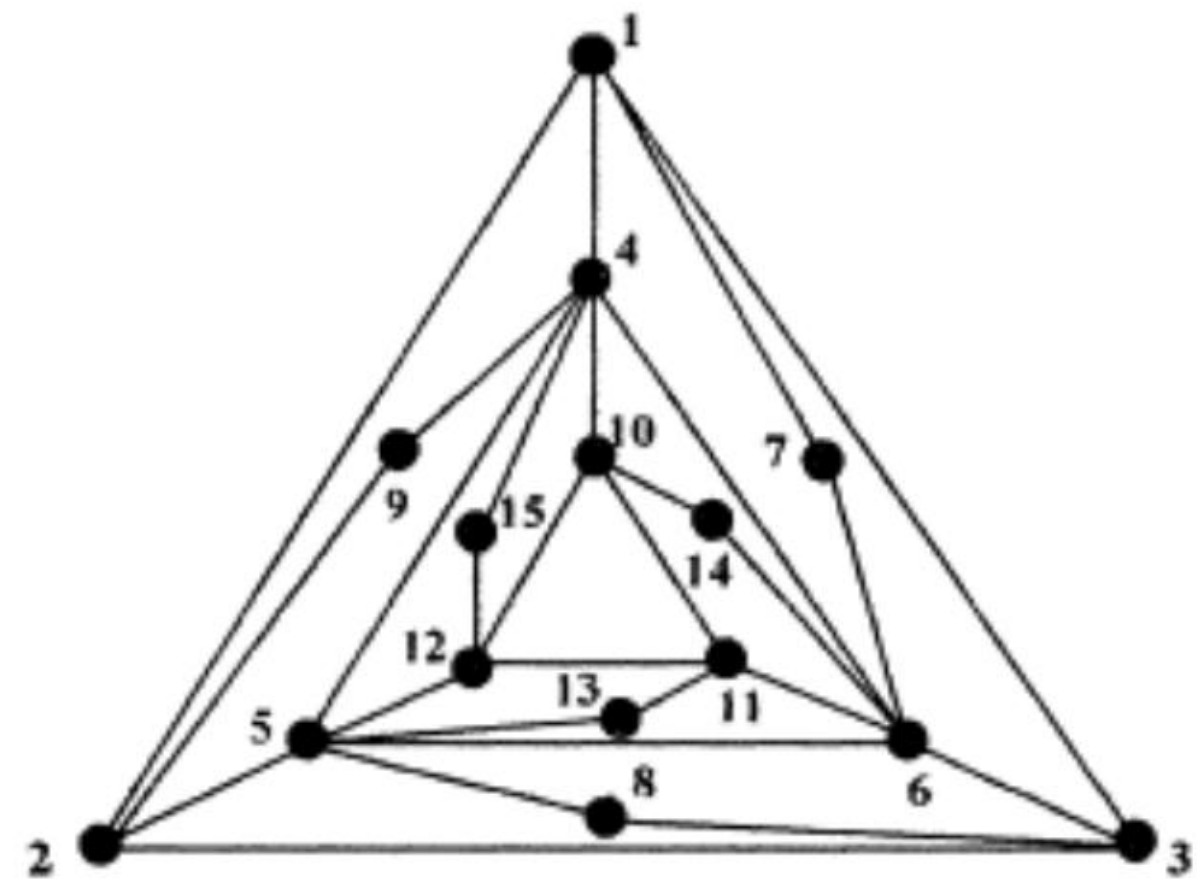


Př. 5/6: izomorfismus

Popište, jak budete co nejefektivněji rozhodovat, zda dva uvedené grafy jsou nebo nejsou izomorfní.



(a)



(b)

Př. 5/4: počet bijekcí

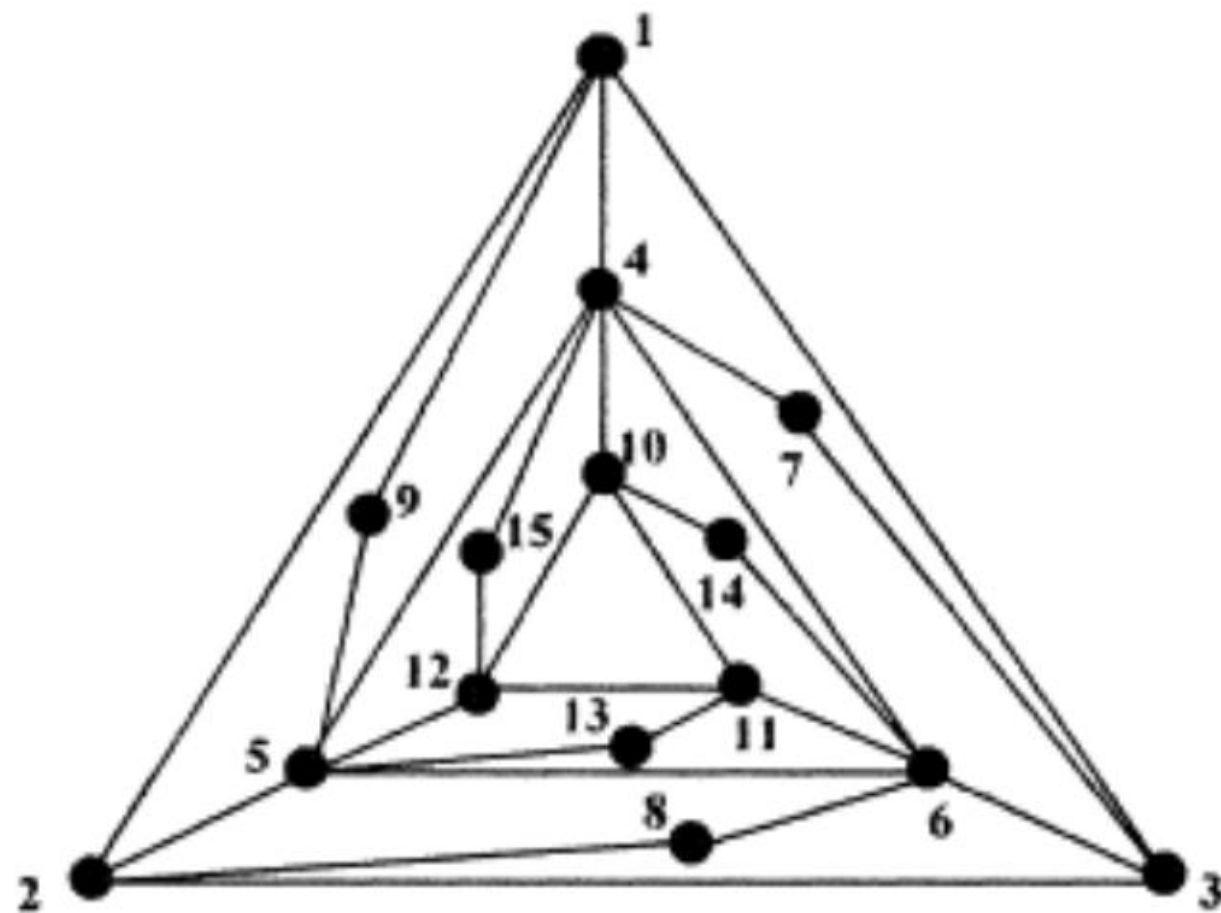
Máme dány dva neorientované grafy, každý obsahuje právě n uzlů a oba grafy mají skóre

$(n - 1, n - 2, n - 3, n - 4, \dots, n/2 + 1, n/2, n/2, n/2 - 1, n/2 - 2, \dots, 3, 2, 1)$,

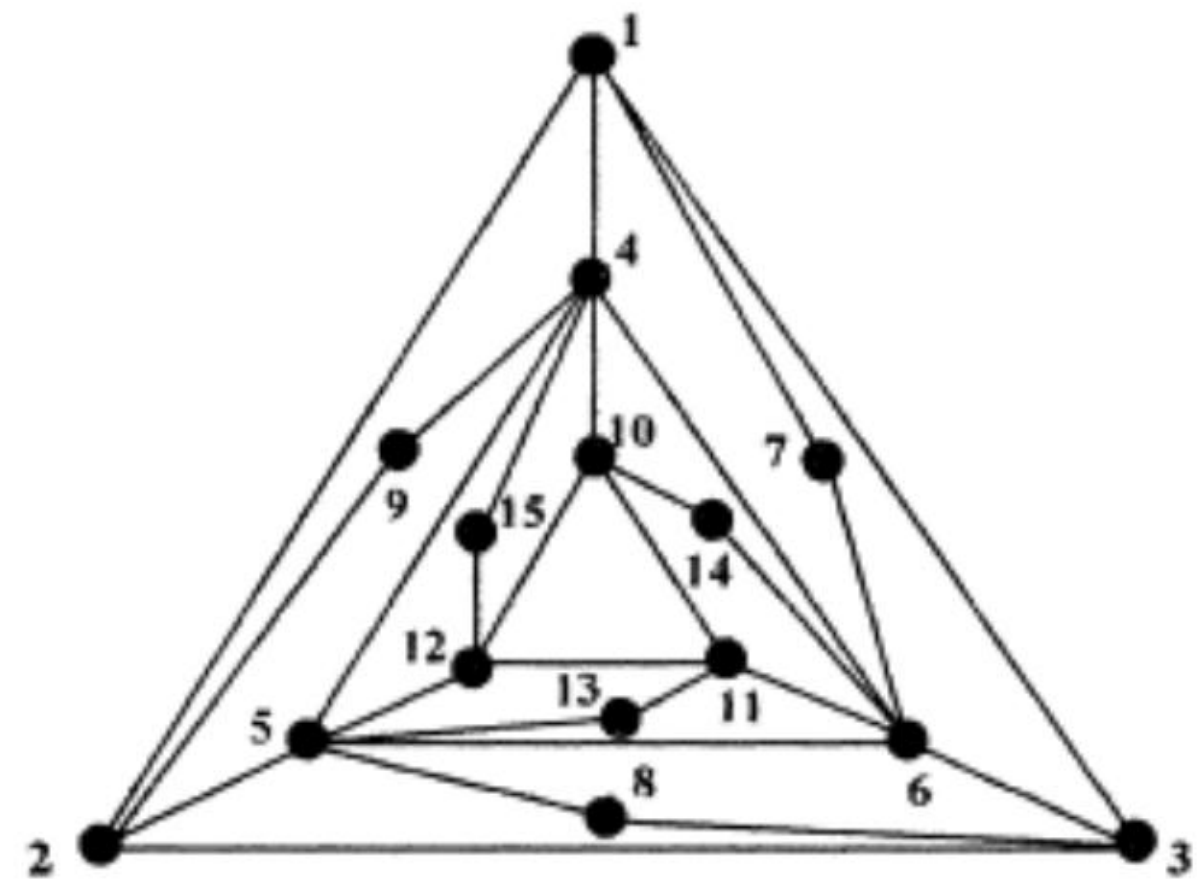
to jest skoro všechny uzly grafu mají navzájem různý stupeň, s výjimkou dvou uzlů, které mají stejný stupeň $n/2$. Jaká bude asymptotická složitost ověření izomorfizmu těchto dvou grafů v závislosti na hodnotě n ?

Př. 5/6: izomorfismus

Popište, jak budete co nejefektivněji rozhodovat, zda dva uvedené grafy jsou nebo nejsou izomorfní.



(a)



(b)

Př. 5/4: počet bijekcí

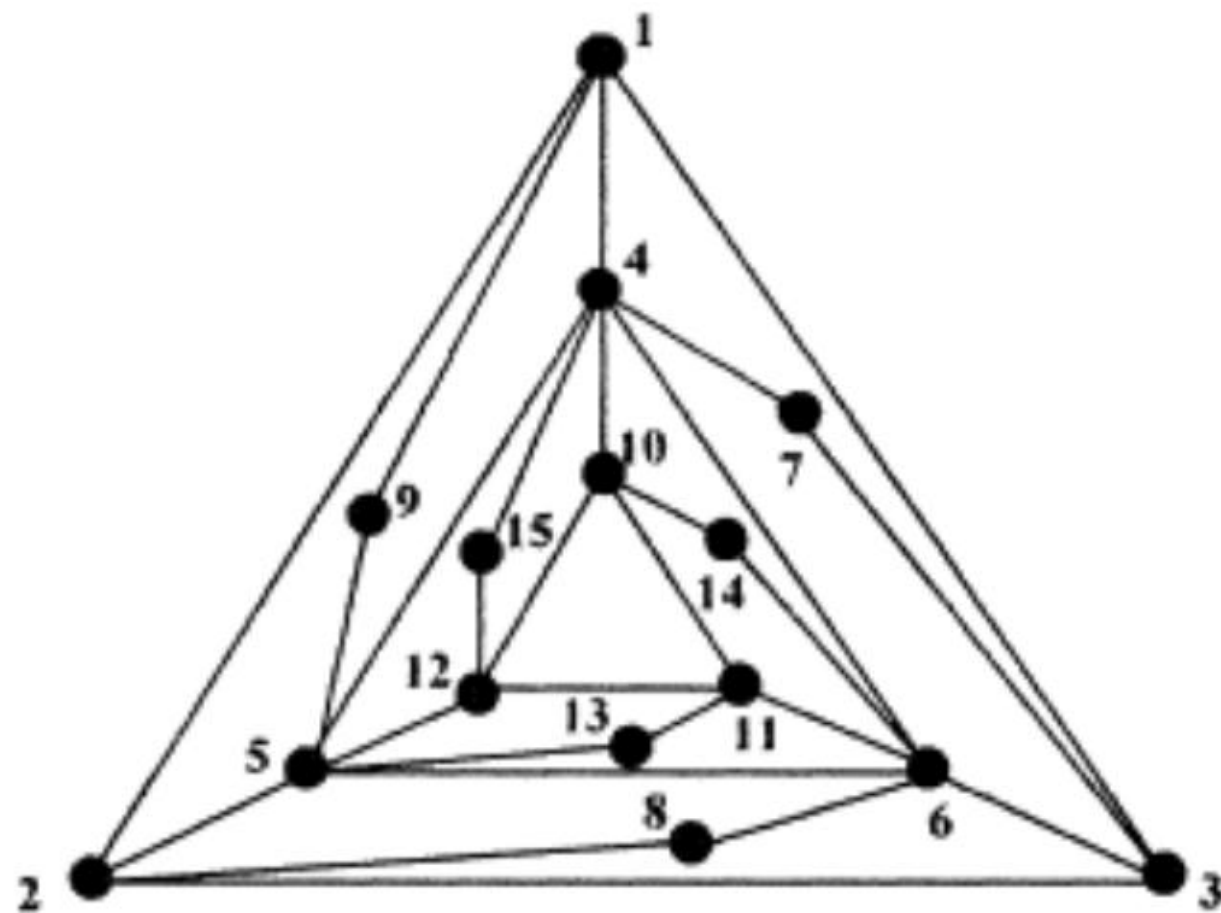
Máme dány dva neorientované grafy, každý obsahuje právě n uzlů a oba grafy mají skóre

$(n - 1, n - 2, n - 3, n - 4, \dots, n/2 + 1, n/2, n/2, n/2 - 1, n/2 - 2, \dots, 3, 2, 1)$,

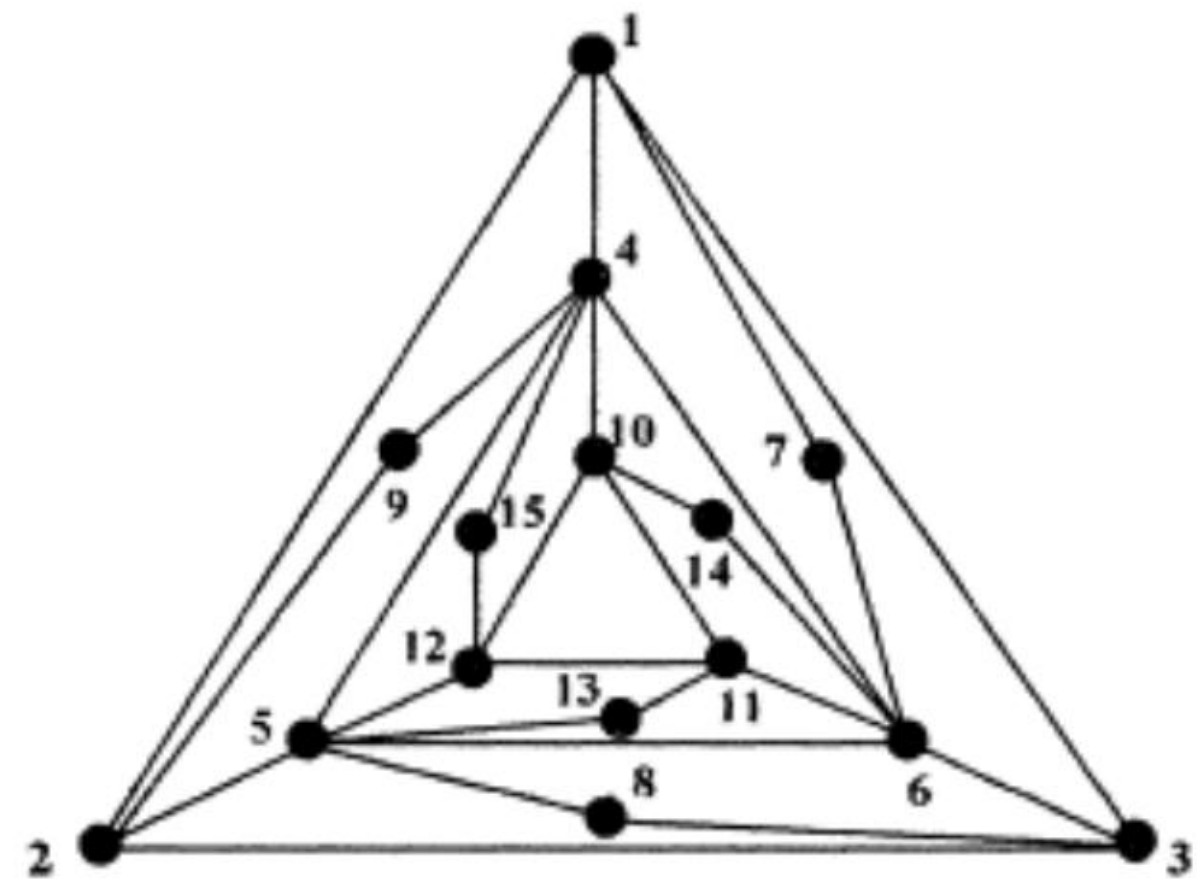
to jest skoro všechny uzly grafu mají navzájem různý stupeň, s výjimkou dvou uzlů, které mají stejný stupeň $n/2$. Jaká bude asymptotická složitost ověření izomorfizmu těchto dvou grafů v závislosti na hodnotě n ?

Př. 5/6: izomorfismus

Popište, jak budete co nejefektivněji rozhodovat, zda dva uvedené grafy jsou nebo nejsou izomorfní.

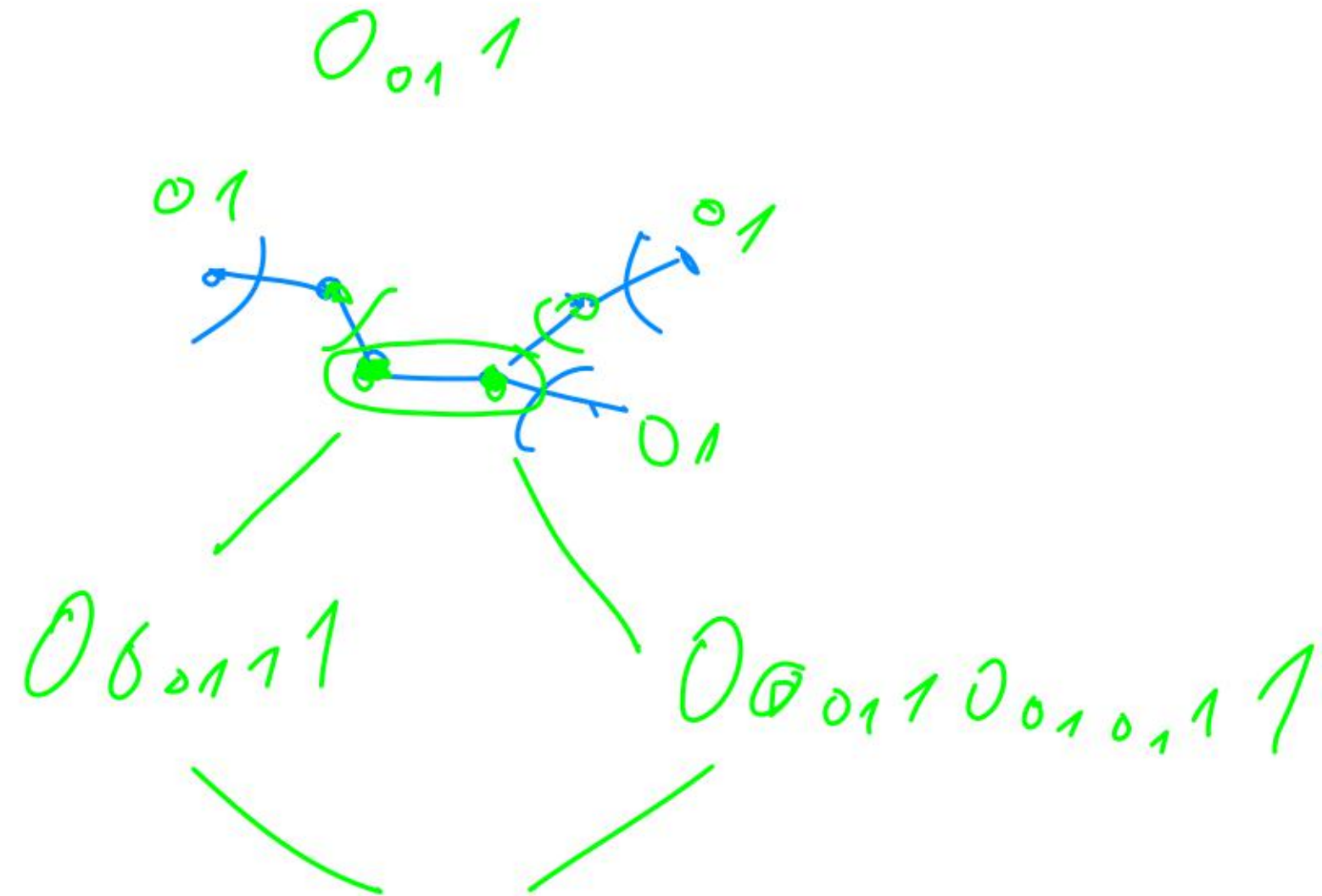
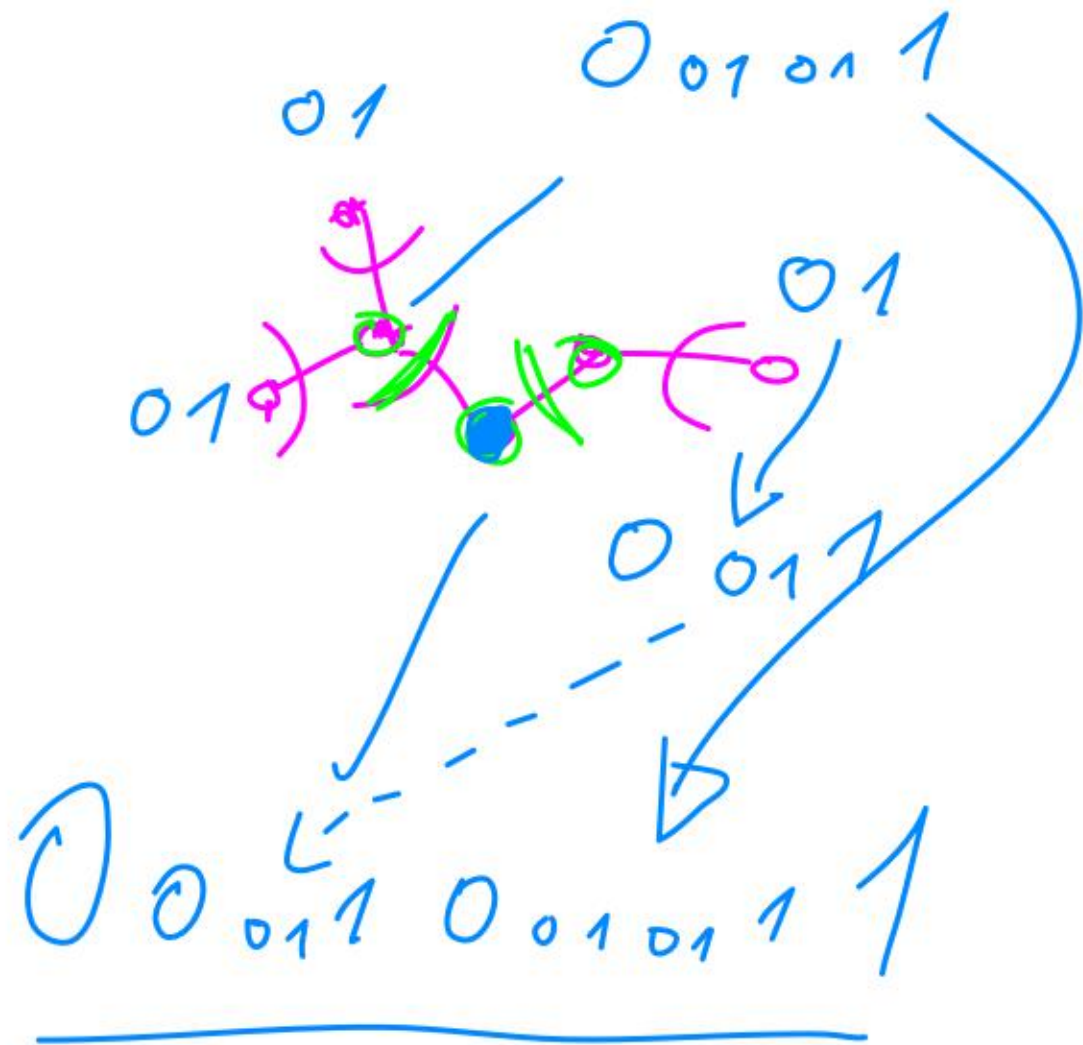


(a)

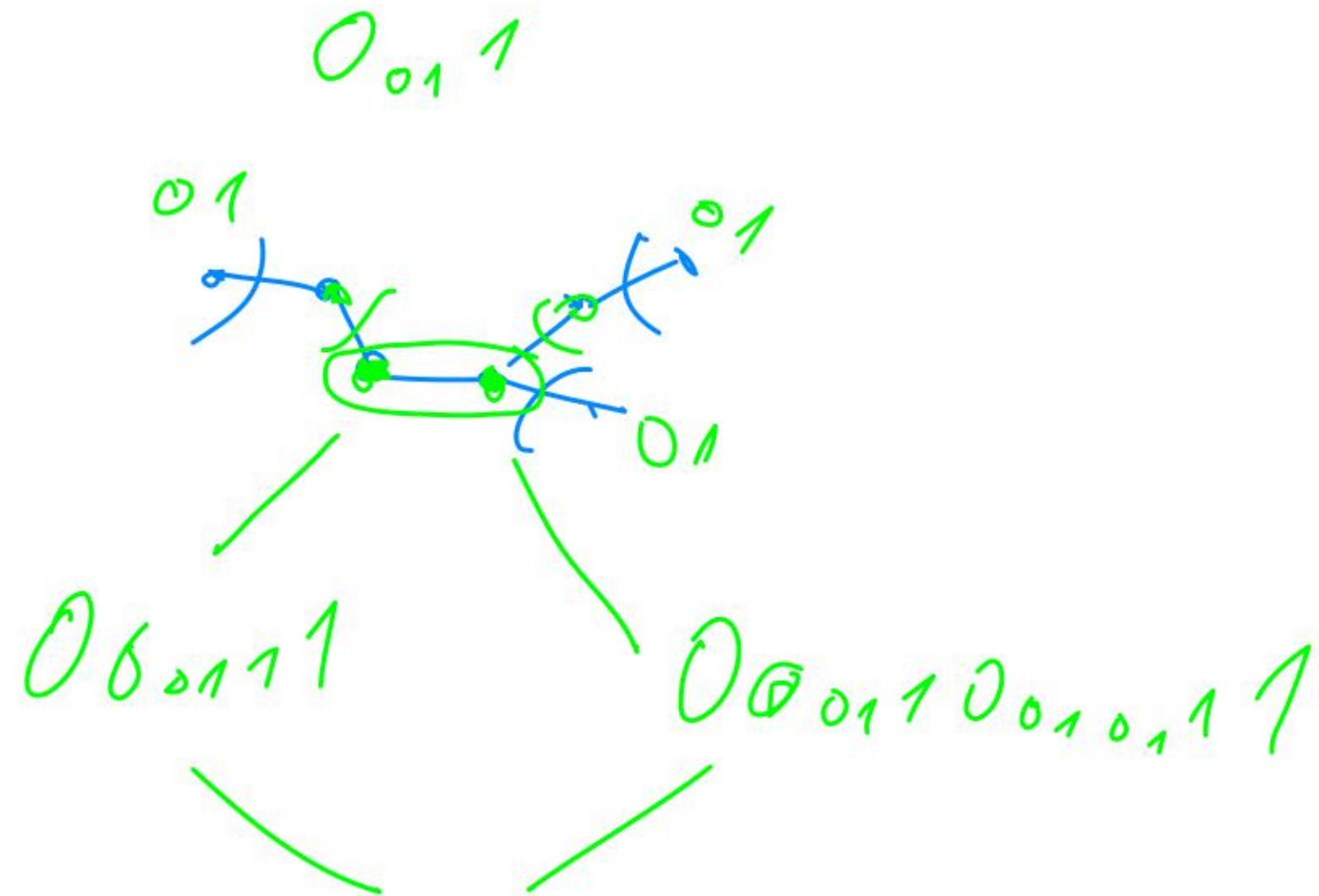
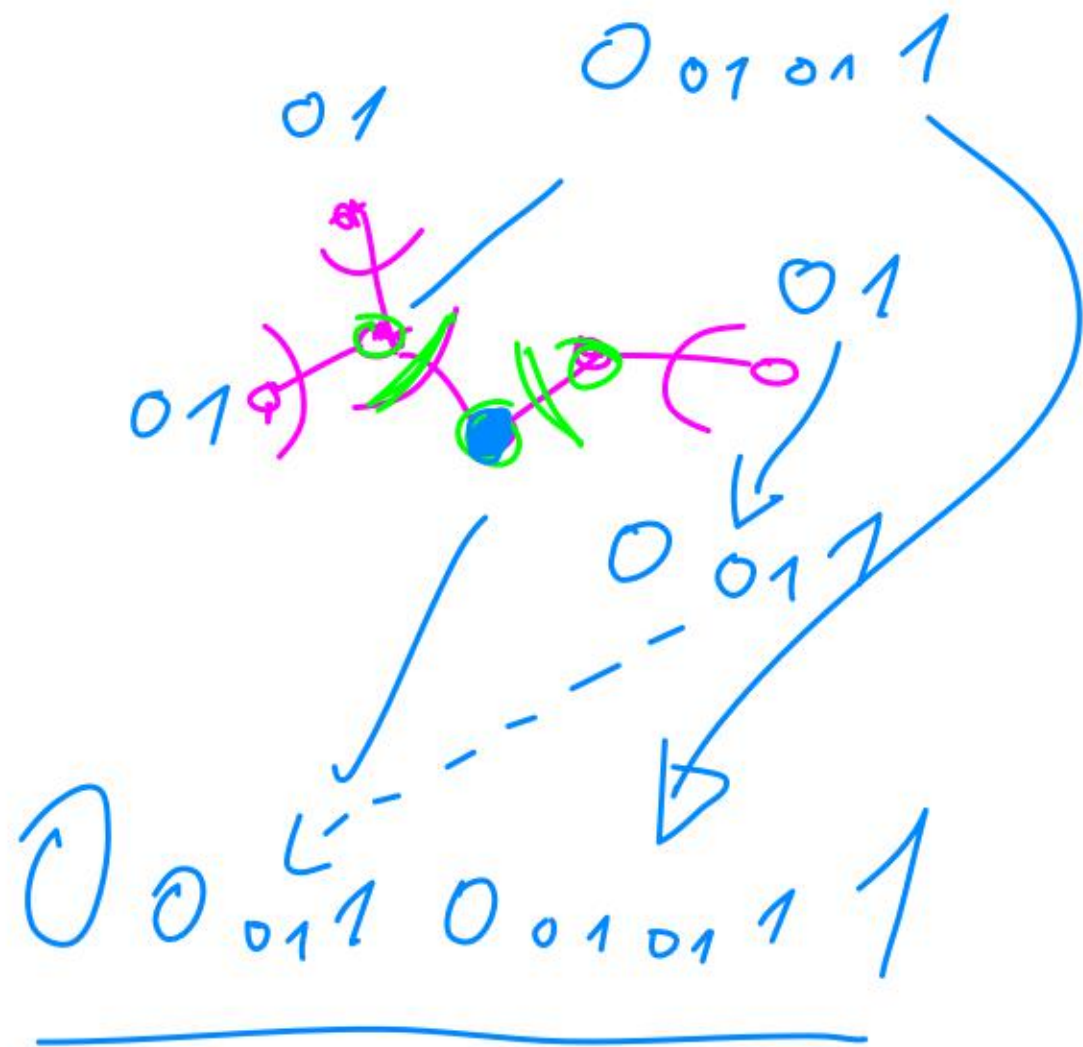


(b)

Certifikáty stromů

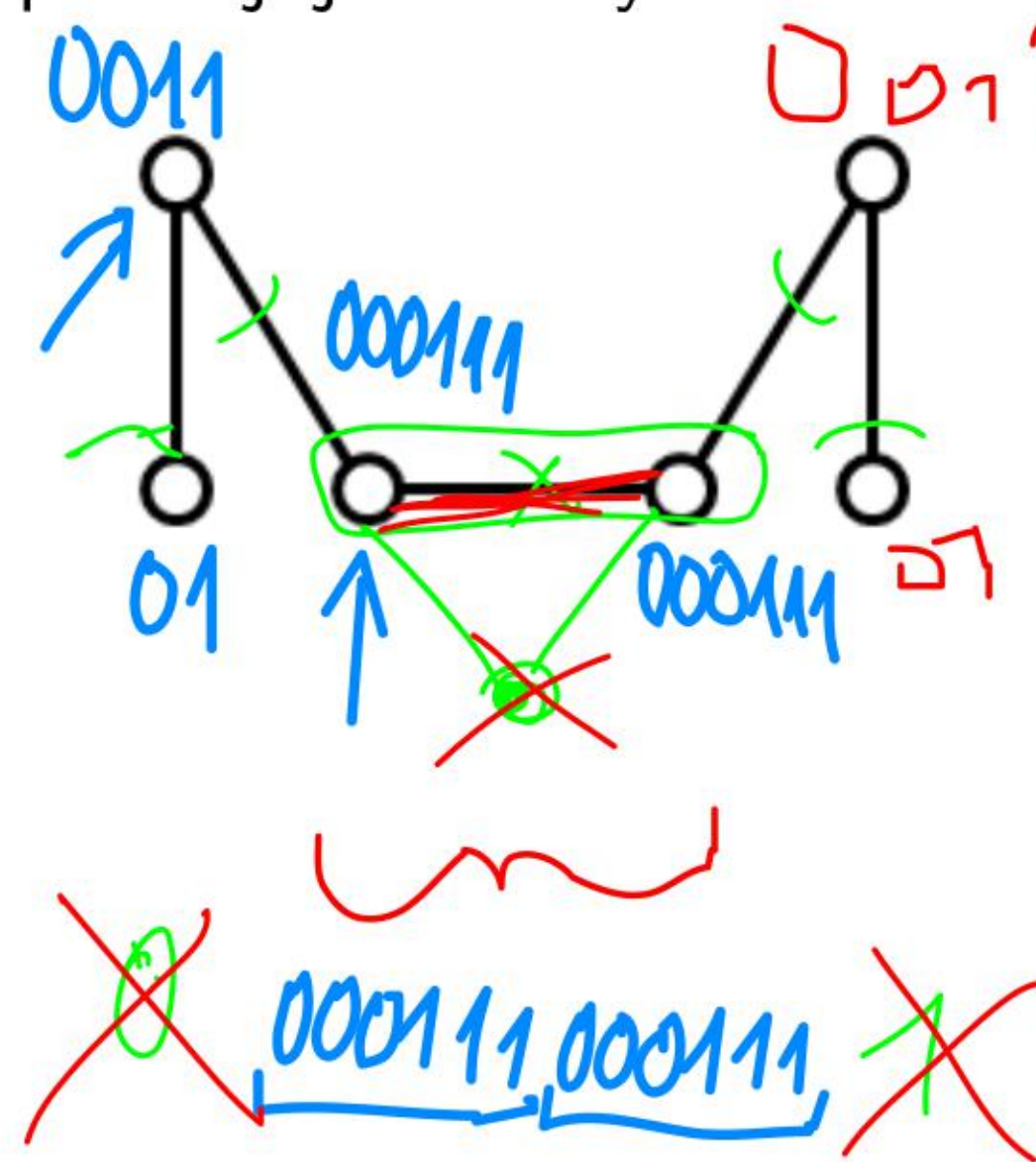


Certifikáty stromů



Př. 5/7a: tvorba certifikátu

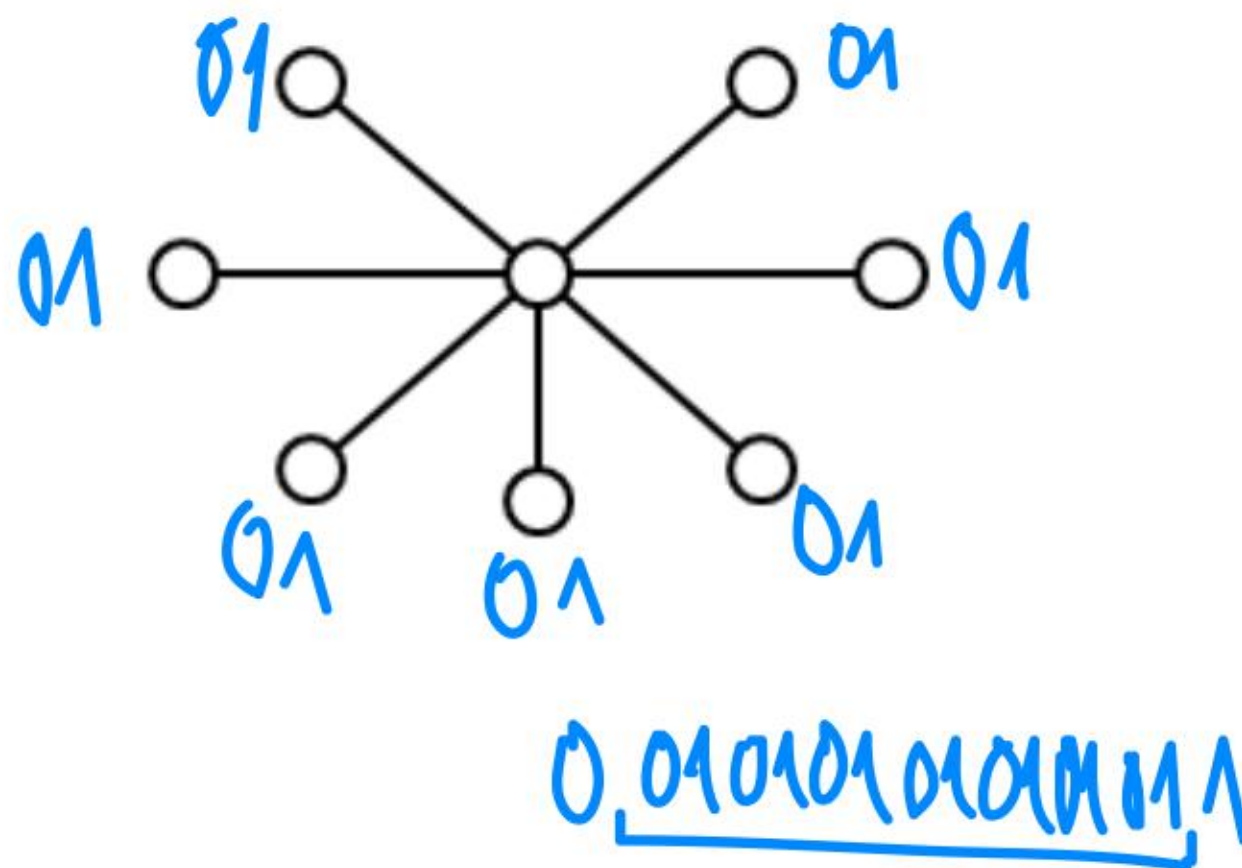
Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



$a d h$
 \downarrow
 $b o j$
 \cdot
 a
 $\cdot a d h$
 b
 $a c h \dots$

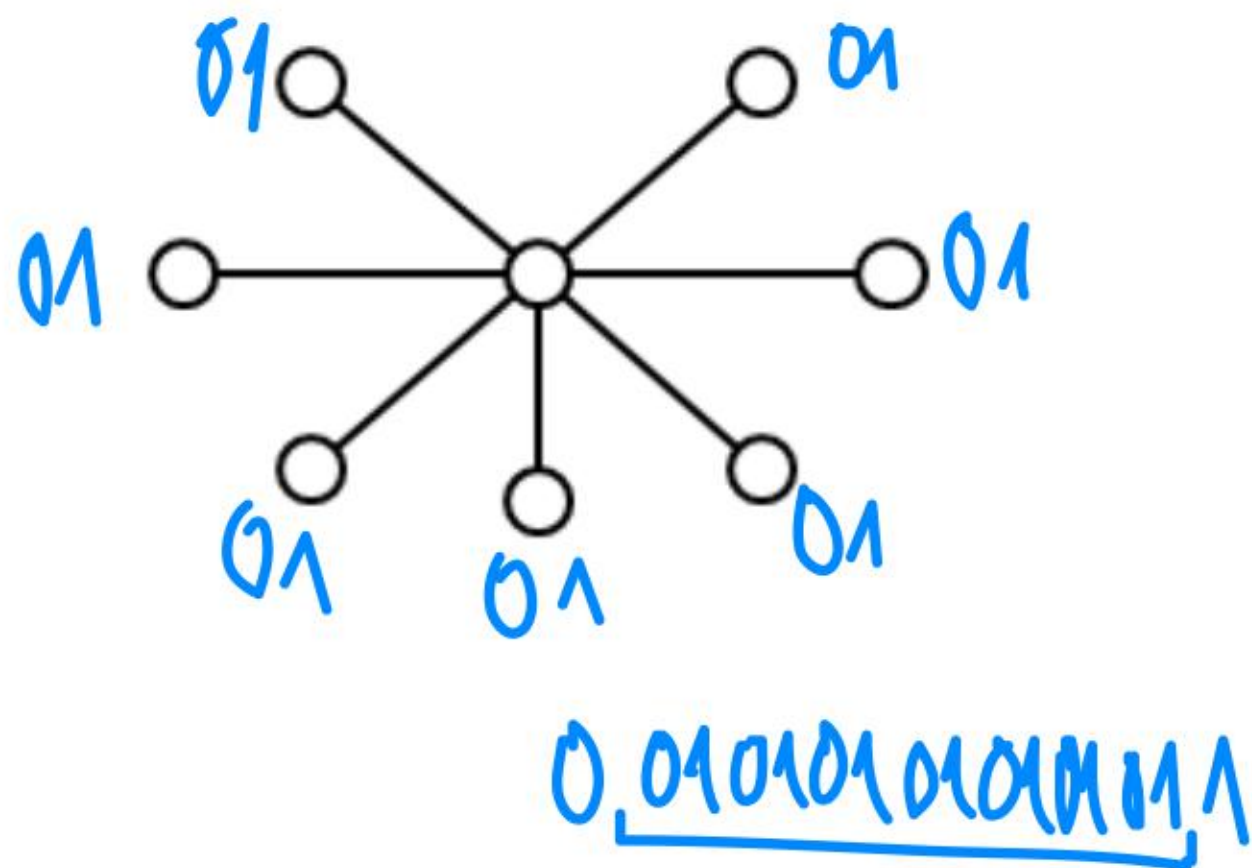
Př. 5/7b: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



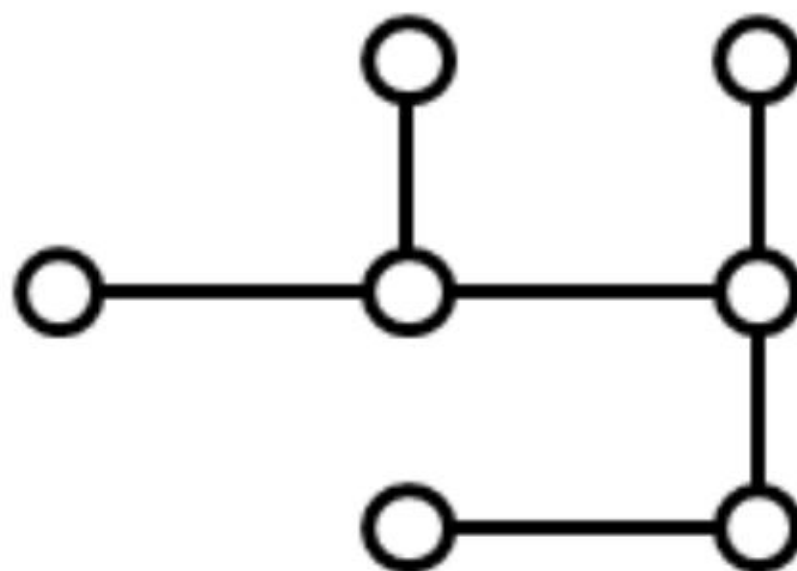
Př. 5/7b: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



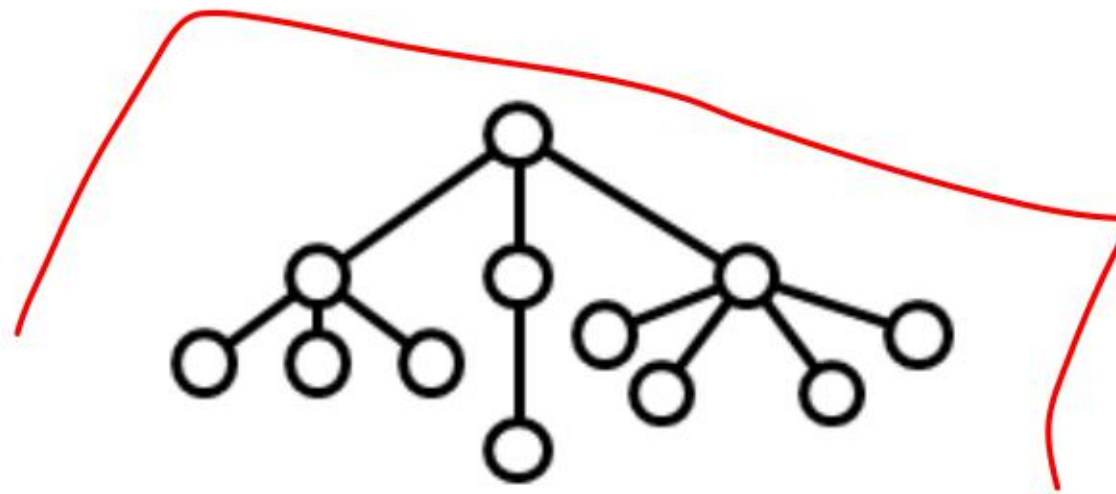
Př. 5/7c: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



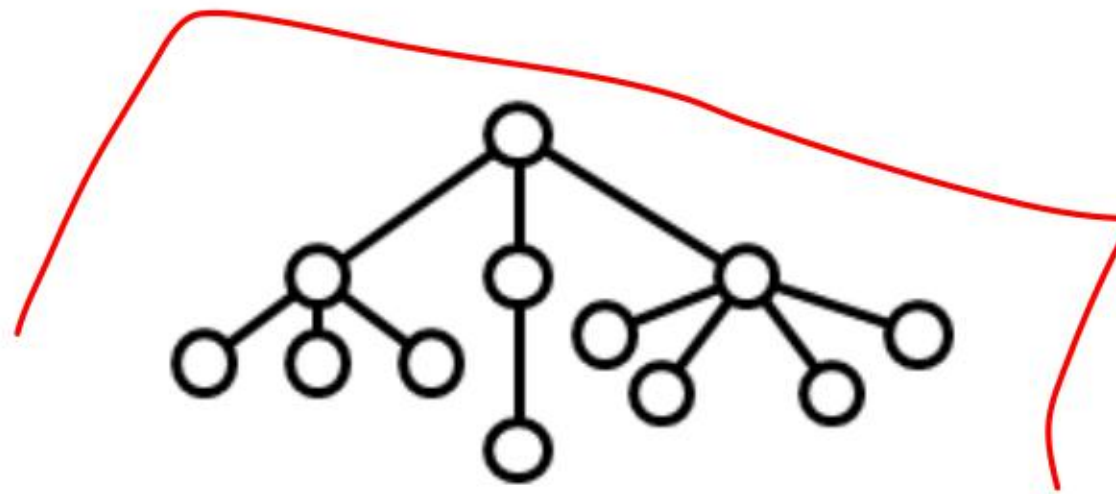
Př. 5/7d: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



Př. 5/7d: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



Př. 5/8ab: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

a) 0101

b) 0001010110010111

c) 00010110010110010111

d) 000001011100111000010111



0 = ↗

1 = ↓

01, 01



0 01011



Yes	9	100%
No	0	31 0% 39

Př. 5/8ab: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

a) 0101

b) 0001010110010111

c) 00010110010110010111

d) 000001011100111000010111



0 = ↗

1 = ↘

01, 01



0 01011



Yes 9 100%
No 0 31 0% 39